

УДК 534.29+539.32

В. А. Машенко¹, к.ф.-м.н., **В. П. Квасніков**², д.т.н., **М. А. Бордюк**³, к.ф.-м.н.,
Т. М. Шевчук⁴, к.ф.-м.н.

¹Одеська державна академія технічного регулювання та якості, м. Одеса

²Київський національний авіаційний університет, м. Київ

³Рівненська медична академія, м. Рівне

⁴Рівненський державний гуманітарний університет, м. Рівне

ВИЗНАЧЕННЯ ДИНАМІЧНИХ МОДУЛІВ ПРУЖНОСТІ ПОЛІМЕРНИХ АУКСЕТИКІВ ЗА ДОПОМОГОЮ ІМПУЛЬСНИХ ІМЕРСІЙНИХ ВИМІРЮВАНЬ ШВИДКОСТЕЙ ПОШИРЕННЯ УЛЬТРАЗВУКОВИХ ХВИЛЬ

В статті представлені методика вимірювань та експериментальні значення швидкостей поширення поздовжніх і поперечних ультразвукових хвиль та коефіцієнтів їх поглинання, отриманих за допомогою імпульсного імерсійного методу, у зразках металонаповнених полімерних ауксетиків з поліуретановою матрицею. На основі отриманих результатів показана можливість визначення коефіцієнта Пуассона, дійних та уявних частин комплексних динамічних модулів пружності: модуля Юнга, модуля зсуву, модуля об'ємної деформації і тангенса кута механічних втрат для поздовжніх, поперечних та об'ємних деформацій.

Ключові слова: поздовжня та поширення хвилі, швидкість поширення, коефіцієнт Пуассона, модуль Юнга, модуль зсуву, модуль об'ємної деформації, тангенс кута механічних втрат.

В. А. Машенко, к.физ.-мат.н., **В. П. Квасников**, д.т.н., **Н. А. Бордюк**, к.физ.-мат.н.,
Т. Н. Шевчук, к.физ.-мат.н.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДУЛЕЙ УПРУГОСТИ ПОЛИМЕРНЫХ АУКСЕТИКОВ С ПОМОЩЬЮ ИМПУЛЬСНЫХ ИМЕРСИОННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ СКОРОСТЕЙ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛН

В статье представлены методика измерений и экспериментальные значения скоростей распространения продольных и поперечных ультразвуковых волн и коэффициентов их поглощения, полученных с помощью импульсного иммерсионного метода, в образцах металонаполненных полимерных ауксетиков с полиуретановой матрицей. На основании полученных результатов показана возможность определения коэффициента Пуассона, действительных и мнимых частей комплексных динамических модулей упругости: модуля Юнга, модуля сдвига, модуля объемной деформации и тангенса механических потерь для продольных, поперечных и объемных деформаций.

Ключевые слова: ауксетик, продольная и поперечная волны, скорость распространения, коэффициент Пуассона, модуль Юнга, модуль сдвига, модуль объемной деформации, тангенс угла механически потерь.

V. A. Mashchenko, PhD, **V. P. Kvasnikov**, DSc, **N. A. Borduk**, PhD, **T. N. Shevchuk**, PhD

DETERMINATION OF DINAMIC MODULES OF ELASTIC OF POLYMER AUXETICS WITH THE HELP OF PULSE IMMERSION MEASUREMENTS OF PROPAGATION VELOCITIES OF ULTRASONIC WAVES

The method of measuring the propagation velocities of longitudinal and transverse ultrasonic waves and their absorption coefficients using the impulsive immersion method is presented. Determination of ultrasonic wave propagation velocities is based on the comparison of the results of direct measurements of the propagation time of the probe pulse through immersion fluid in the absence of a sample and in the presence of a sample between the emitter and the signal receiver. When measuring the velocity of a longitudinal wave, the sample with strictly parallel surfaces is placed perpendicular to the direction of propagation of the wave in immersion liquids. The measurement of the velocity of the transverse ultrasound wave is based on the fact

that when a longitudinal wave falls at a certain angle at the fluid separation line - the solid in the latter case generally propagates two waves: longitudinal and transverse. The method of rotating plate allows to determine the critical angle at which the longitudinal wave is transformed into the surface, and only the transverse wave propagates in the sample. According to the experimental values of the velocities of propagation of longitudinal and transverse ultrasonic waves, the Poisson's ratio of a number of metalfilled polymer auxetics with a polyurethane matrix was calculated. Determination of absorption coefficients of longitudinal and transverse ultrasonic waves as they pass through samples of the studied materials. Calculations of real and imaginary parts of complex dynamic modulus of elasticity: Young's modulus, shear modulus, bulk deformation modulus and mechanical loss tangent for longitudinal, transverse and bulk deformations. The obtained results indicate the possibility of using the impulsive immersion method in measuring the velocity of propagation of ultrasonic waves to determine the Poisson's ratio and the dynamic modulus of elasticity of polymer auxetics.

Keywords: *auxetic, longitudinal and transverse waves, propagation velocities, Poisson's ratio, Young's modulus, shear modulus, modulus of bulk deformation, mechanical loss tangent.*

DOI 10.32684/2412-5288-2019-1-14-13-18

Вступ

Розвиток сучасної техніки потребує створення полімерних композиційних матеріалів (ПКМ) з покращеними пружними характеристиками і міцністю. До числа найбільш цікавих і перспективних відносяться ПКМ з від'ємним коефіцієнтом Пуассона – полімерні «ауксетики» [1].

Такі матеріали мають гетерогенну структуру, і можуть навіть володіти деякою пористістю (об'ємною концентрацією газових пор) вже при їх формуванні. В процесі експлуатації виробів з полімерних ауксетиків може проходити зміна пористості, що суттєво впливає на пружні властивості і міцність таких матеріалів.

Динамічні модулі пружності (модуль Юнга E та модуль зсуву μ) ПКМ та коефіцієнт Пуассона (ν) визначають за допомогою акустичного резонансу на основі вимірювань резонансних частот власних коливань зразків на згин та крутильних вібрацій згідно [2]. Ці методи можна використовувати для дослідження зразків визначеної геометрії з відомим значенням ν . При невідомому значенні коефіцієнта Пуассона матеріалу в [2] використовується обчислювальний ітеративний алгоритм на основі експериментальних значень E та μ , збіжність якого залежить від початкового значення ν .

Найбільш інформативними параметрами, які дозволяють визначати механічні характеристики ПКМ як твердого тіла за співвідношеннями теорії пружності, є швидкості поширення акустичних ультразвукових (УЗ) коливань різного типу, зокрема поздовжніх (l) та поперечних (t). Для визначення швидкостей поширення таких хвиль (v_l , v_t) використовується іммерсійний метод [3–4], який ґрунтується на проходженні УЗ-хвиль через зразок, занурений у рідину, і дозволяє за один прийом виміряти величини v_l та v_t .

Аналіз останніх публікацій

Дослідження поведінки в силових полях різних типів конструкційних матеріалів з від'ємним ν проводиться переважно за допомогою аналітичних методів [5–7] та експериментальних вимірювань на стиск або розтяг для визначення коефіцієнта Пуассона, модуля Юнга та дисипації енергії при динамічних навантаженнях [6, 8–11] або балістичних випробуваннях [12].

В роботі [5] представлені максимальні значення величин ν та E для різних типів ауксетиків з різною пористістю та при різних деформаціях. Експериментально визначені значення коефіцієнта Пуассона лежать в діапазоні від $-0,6$ до $-1,2$. Лише в декількох випадках значення ν менші за мінус $-1,2$ через анізотропію матеріалу.

Роботи [13, 14] присвячені створенню ауксетик-матеріалів та вивченню їх пружних характеристик у рамках моментної теорії пружності Коссера.

Розглянуті аналітичні та експериментальні методи не в повній мірі дають можливість визначити механічні характеристики та динамічну міцність ауксетиків. Деформаційні властивості визначаються при високих швидкостях деформування, релаксаційні характеристики – при малих часових інтервалах. Данні будуть повністю надійними лише при отриманні їх із хвильових та квазістатичних експериментів, що відповідають часу навантаження порядку декількох мікросекунд – часу проходження ультразвукової хвилі через зразок ауксетика. При цьому результати механічних випробувань резонансними методами, що відповідають часовим інтервалам у мілісекундному діапазоні, можуть використовуватися для уточнення або взаємного доповнення подібних мікросекундних даних при відносно великих часах.

Розробка методів вимірювання модулів

пружності конструкційних матеріалів з від'ємним коефіцієнтом Пуассона має практичне значення для математичного описання їх поведінки у силових полях різної природи, вдосконалення технології виготовлення та оцінки залишкового ресурсу в процесі експлуатації виробу.

Мета дослідження

Метою роботи було визначити практичний аспект застосування імпульсного імерсійного методу при вимірюваннях швидкостей поширення поздовжньої, поперечної хвиль і коефіцієнтів їх поглинання для визначення коефіцієнта Пуассона та комплексних модулів пружності ряду полімерних ауксетиків.

Виклад основного матеріалу

Визначення швидкості поширення поздовжньої УЗ-хвилі базується на порівнянні результатів прямих вимірювань часу поширення зондувального імпульсу через імерсійну рідину при відсутності зразка (τ) та при наявності зразка (τ_i) між випромінювачем і приймачем сигналу. При відомій різниці між часовими інтервалами $\Delta\tau_i$ ($\Delta\tau_i = \tau - \tau_i$), значення v_i визначають за співвідношенням:

$$v_i = \frac{v_p d}{d - \Delta\tau_i v_p}, \quad (1)$$

де v_p – швидкість поширення УЗ-хвилі в імерсійній рідині;

d – товщина зразка матеріалу із строго паралельним поверхнями.

Визначення швидкості поперечної УЗ-хвилі базується на тому, що при падінні поздовжньої хвилі під деяким кутом (θ) на межу поділу рідини – тверде тіло в останньому в загальному випадку поширюються дві хвилі: поздовжня і поперечна. Метод обертової пластини дозволяє визначити критичний кут ($\theta_{кр}$), при якому поздовжня хвиля трансформується у поверхневу, а у зразку поширюється тільки поперечна хвиля. Величину v_t в такому випадку розраховують за співвідношенням

$$v_t = \frac{v_p}{\sqrt{\sin^2(\theta_{кр}) + \left(\cos(\theta_{кр}) - \frac{v_p \Delta\tau_i}{d}\right)^2}}, \quad (2)$$

де $\Delta\tau_i$ – різниця між часом проходження зондувального імпульсу при відсутності зразка та при наявності зразка (τ_i), розміщеного кутом $\theta_{кр}$ до напрямку падіння.

При відомих значеннях v_t , v_p коефіцієнт Пуассона полімерного ауксетика обчислюється за

співвідношенням [15]

$$\nu = \frac{2 - \left(\frac{v_l}{v_t}\right)^2}{2 \left(1 - \left(\frac{v_l}{v_t}\right)^2\right)}. \quad (3)$$

У випадку, коли не можна знехтувати затуханням поздовжньої та поперечної УЗ-хвиль у зразку досліджуваного матеріалу, визначають комплексні модулі пружності E та μ . Дійсні (E' , μ') та уявні частини (E'' , μ'') комплексних модулів розраховують за наступними співвідношеннями [16]:

$$E' = \rho v_i^2 \frac{1 - \frac{\alpha_l^2 v_l^2}{\omega^2}}{\left(1 + \frac{\alpha_l^2 v_l^2}{\omega^2}\right)^2}; \quad (4)$$

$$E'' = \rho v_i^2 \frac{2\alpha_l v_l}{\left(1 + \frac{\alpha_l^2 v_l^2}{\omega^2}\right)^2}; \quad (5)$$

$$\mu' = \rho v_t^2 \frac{1 - \frac{\alpha_t^2 v_t^2}{\omega^2}}{\left(1 + \frac{\alpha_t^2 v_t^2}{\omega^2}\right)^2}; \quad (6)$$

$$\mu'' = \rho v_t^2 \frac{2\alpha_t v_t}{\left(1 + \frac{\alpha_t^2 v_t^2}{\omega^2}\right)^2}; \quad (7)$$

де ρ – густина ПКМ;

ω – циклічна частота ультразвукової хвилі;

α_l і α_t – коефіцієнти поглинання поздовжньої і поперечної хвиль.

Величини α_l і α_t визначають наступним чином:

$$\alpha_l = \frac{1}{d} \ln \frac{A_0}{A_l}; \quad (8)$$

$$\alpha_t = \frac{\sqrt{v_t^2 - v_p^2 \sin^2(\theta_{кр})}}{v_t d} \ln \frac{A_0}{A_t}. \quad (9)$$

де A_0 – амплітуда зондуючого імпульсу УЗ-хвилі на приймачі сигналу без зразка;

$A_{l,t}$ – амплітуда зондуючого імпульсу позовжньої (поперечної) УЗ-хвилі на приймачі сигналу після проходження через зразок.

При відомих значеннях величин E' , E'' , μ' та μ'' визначимо дійсну (k') та уявну (k'') частини комплексного модуля об'ємної деформації (k):

$$k' = E' - \frac{4}{3}\mu'; \quad (10)$$

$$k'' = E'' - \frac{4}{3}\mu''. \quad (11)$$

Результати та обговорення

Експериментальні дослідження проводили для зразків металонаповнених ПКМ, де як полімерну матрицю використовувалася термопластичний поліуретану (ТПУ) з коефіцієнтом Пуассона $\nu = -1$, синтезований на основі 4,4-дифенілметандіізоціанату, 1,4-бутандіола і поліокситетрамитиленгліколю з ММ = 1500. В якості наповнювачів використовували високодисперсні металеві порошки Мо, Fe, W. Об'ємна концентрація наповнювача для ТПУ-систем відповідала критичній в системі і відповідно для Мо, Fe, W рівна 48; 43 і 52 %.

Зразки для досліджень готували у вигляді циліндрів діаметром $D \cong 35$ мм та товщиною

$d = 7-9$ мм. Геометричні розміри зразків визначалися мікрометром. Паралельність основ циліндра контролювалася в 5 точках, значення величини d усереднювалося за результатами вимірювань.

Густину ρ ПКМ визначали методом гідростатичного зважування, похибка методу не перевищує 0,3 %.

Швидкості поширення позовжньої і поперечної хвиль та коефіцієнти їх поглинання визначали імпульсним методом на розробленій експериментальній установці при проходженні УЗ-хвиль, при частоті $\omega = 1,884$ МГц, через зразок ПКМ зануреного у імерсійну рідину (силіконове масло) за методикою роботи [16]. Похибка вимірювань для ν_l і ν_t , не перевищує 5 м/с, а для α_l і α_t – 0,5 Нп/м.

Результати вимірювань густини, швидкостей поширення УЗ-хвиль та коефіцієнтів їх поглинання у ТПУ-системах представлені в табл. 1.

Аналіз отриманих даних показує, що імпульсний імерсійний метод вимірювань дає хороше відтворення результатів як для значень ν_l , ν_t , так і α_l , α_t в залежності від матеріалу наповнювача полімерної матриці у вигляді ТПУ.

Значення коефіцієнта Пуассона та дійсних і уявних частин динамічних модулів пружності ТПУ-систем представлені в табл. 2.

Таблиця 1 – Густина і швидкості поширення УЗ-хвиль та коефіцієнти їх поглинання в ТПУ-системах

ПКМ	ρ , кг/м ³	ν_l , м/с	ν_t , м/с	α_l , Нп/м	α_t , Нп/м
ТПУ	1107	1635	1415	36	197
ТПУ + W	9888	1775	1370	28	155
ТПУ + Fe	3642	1750	1395	31	174
ТПУ + Мо	4603	1755	1405	32	187

Таблиця 2 – Динамічні модулі пружності ТПУ-систем

Параметр	ПКМ			
	ТПУ	ТПУ + W	ТПУ + Fe	ТПУ + Мо
ν	-1	-0,24	-0,37	-0,39
$E' \cdot 10^{-9}$, Н/м ²	2,95	31,07	11,12	14,14
$E'' \cdot 10^{-8}$, Н/м ²	1,85	16,41	6,41	8,43
$tg\delta_E$	0,063	0,052	0,058	0,060
$\mu' \cdot 10^{-9}$, Н/м ²	2,08	17,86	6,74	8,58
$\mu'' \cdot 10^{-8}$, Н/м ²	6,28	40,78	17,66	24,42
$tg\delta_\mu$	0,302	0,228	0,262	0,288
$k' \cdot 10^{-9}$, Н/м ²	1,82	7,26	2,13	2,69
$k'' \cdot 10^{-8}$, Н/м ²	-6,53	-37,96	-17,14	-24,13
$tg\delta_k$	-0,359	-0,523	-0,804	-0,897

Отримані результати $E'(E'')$, $\mu'(\mu'')$ та $k'(k'')$ дають можливість розрахувати тангенс кута ме-

ханічних втрат для поздовжніх, поперечних та об'ємних деформацій (табл. 2):

$$\operatorname{tg}\delta_E = \frac{E''}{E'}, \quad (12)$$

$$\operatorname{tg}\delta_\mu = \frac{E''}{E'}, \quad (13)$$

$$\operatorname{tg}\delta_k = \frac{k''}{k'}. \quad (14)$$

Аналіз отриманих результатів показує, що внесення металевго наповнювача у ауксетик-матрицю зменшує дисипації енергії при проходженні УЗ-хвиль для поздовжніх та поперечних деформацій, при цьому її величина залежить від матеріалу наповнювача.

Окремо потрібно відмітити від'ємні значення уявних частин комплексного модуля k для всіх ТПУ-систем, що характерне для матеріалів з від'ємним значенням величини ν . В такому випадку тангенс кута $\operatorname{tg}\delta_k$ також буде від'ємним. Для наповнених ТПУ-систем механічні втрати енергії при об'ємних деформація для абсолютних значень зростають у порівнянні із вихідним ТПУ.

Отримані дані, в цілому, добре узгоджуються з результатами вимірювань для аналогічних ПКМ з іншими типами полімерних матриць [17].

Висновки

Використання імпульсного імерсійного методу для вимірювання швидкостей поширення поздовжніх та поперечних хвиль в ультразвуковому діапазоні дає можливість визначати коефіцієнт Пуассона полімерних ауксетиків.

З врахуванням коефіцієнтів затухання УЗ-хвиль результати вимірювань дозволяють проводити розрахунки дійсних та уявних частин комплексних модулів пружності і тангенс кута механічних втрат при поздовжніх, поперечних та об'ємних деформаціях.

Список використаних джерел

1. Конёк Д. А. Материалы с отрицательным коэффициентом Пуассона (обзор) / Д. А. Конёк, К. В. Войцеховски, Ю. М. Плещачевский, С. В. Шилько // *Механика композитных материалов и конструкций* (Москва). – 2004. – Т. 10. – № 1. – С. 35–69.

2. Композиты. Определение динамического модуля упругости, модуля упругости при сдвиге и коэффициента Пуассона методом акустического резонанса. ГОСТ Р 57862-2017. – Москва:

Стандартинформ, 2017. – 15 с. – (Национальный стандарт Российской Федерации).

3. ASTM E494, Standard practice for measuring ultrasonic velocity in materials, ASTM Annual book of standard. – 2016. – V. 03.03. – Режим доступу: www.astm.org/BOOKSTORE/BOS/TOCS_2016/03.03.html

4. Ginzle E. Determining Approximate Acoustic Properties of Materials / E. Ginzle, B. Turnbull. – Режим доступу: https://www.ndt.net/article/ndtnet/2016/17_Ginzle.pdf.

5. Novak N. Auxetic Cellular Materials – a Review / N. Novak, M. Vesnjak, Z. Ren // *Journal of Mechanical Engineering*. – 2016. – V. 62. – N. 9. – P. 485–493.

6. Elasticity of anti-tetrachiral anisotropic lattices / Y. J. Chen, F. Scarpa, Y. J. Liu, J. S. Leng // *International Journal of Solids and Structures*. – 2013. – Vol. 50. – No. 6. – P. 996–1004.

7. A Numerical study of auxetic composite panels under blast loadings / G. Imbalzano, P. Tran, T. D. Ngo, P.V.S. Lee // *Composite Structures*. – 2016. – V. 135. – P. 339–352.

8. Dynamic tests for energy absorption by selected auxetic fabrics / P. Szurgott, M. Klasztorny, T. Niezgodna, D. Miedzinska, R. Gieleta // *Journal of Engineered Fibers and Fabrics*. – 2017. – V. 12. – Is. 4. – P. 7–14.

9. Negative through-the-thickness Poisson's ratio of elastic-viscoplastic angle-ply carbon fiber-reinforced plastic laminates: homogenization analysis / T. Matsuda, K. Goto, N. Kubota, N. Ohno // *International Journal of Plasticity*. – 2014. – V. 63. – P. 152–169.

10. Static and modal analysis of low porosity thin metallic auxetic structures using speckle interferometry and digital image correlation / L. Francesconi, M. Taylor, K. Bertoldi, A. Baldi // *Experimental Mechanics*. – 2018. – V. 58. – Is. 2. – P. 283–300.

11. Jiang L. Finite Element Modeling of Multi-layer Orthogonal Auxetic Composites under Low-Velocity Impact / L. Jiang, H. Hu // *Materials* 2017, 10, 908;

12. A comparative study of ballistic resistance of sandwich panels with aluminum foam and auxetic honeycomb cores / S. Yang, C. Qi, D. Wang, R. Gao, H. Hu, J. Shu // *Advances in Mechanical Engineering*. – 2015. – Режим доступу: <https://journals.sagepub.com/doi/full/10.1155/2013/589216>.

13. Lakes R. S. Physical meaning of elastic constants in cosserat, void, and microstretch elasticity / R. S. Lakes // *Journal of Mechanics of Materials and Structures*. – 2016. – V. 11. – No. 3. – P. 217–229.

14. Мікуліч О. А. Взаємодія слабких ударних хвиль з тунельними порожнинами у ауксетик-середовищах / О. А. Мікуліч, В. І. Шваб'юк // Наукові нотатки. – 2018. – Вип. 61. – С. 148–153.
15. Ландау Л. Д. Теория упругости / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М.: Наука, 1985. – 245 с.
16. Мащенко В. А. Експериментальна установка для вимірювання пружних параметрів гірських порід / В. А. Мащенко, О. О. Панчук, І. О. Садовенко, М. А. Бордюк // Вісник інженерної академії України. – 2012. – Вип. 3–4. – С. 60–64.
17. Справочник по композиционным материалам: в 2-х кн. / Под. ред. Дж. Любина. Кн. 2. – Москва: Машиностроение, 1988. – 545 с.

References

1. Konyok D. A. Materialy s otricatelnym koefficientom Puassona (obzor) / D. A. Konyok, K. V. Vojcexovski, Yu. M. Pleskachevskij, S. V. Shil'ko // *Mexanika kompozitnyx materialov i konstrukcij (Moskva)*. – 2004. – Т. 10. – № 1. – С. 35–69.
2. Kompozity. Opredelenie dinamicheskogo modulya uprugosti, modulya uprugosti pri sdvige i koefficienta Puassona metodom akusticheskogo rezonansa. GOST R 57862-2017. – Moskva: Standartinform, 2017. – 15 s. – (Nacional'nyj standart Rossijskoj federacii).
3. ASTM E494, Standard practice for measuring ultrasonic velocity in materials, ASTM Annual book of standard. – 2016. – V. 03.03. – Rezhym dostupu: www.astm.org/BOOKSTORE/BOS/TOCS_2016/03.03.html
4. Ginzl E. Determining Approximate Acoustic Properties of Materials / E. Ginnzel, B. Turnbull. – Rezhym dostupu: https://www.ndt.net/article/ndtnet/2016/17_Ginzl.pdf.
5. Novak N. Auxetic cellular materials – a review / N. Novak, M. Vesenjajk, Z. Ren // *Journal of Mechanical Engineering*. – 2016. – V. 62. – N. 9. – P. 485–493.
6. Elasticity of anti-tetrachiral anisotropic lattices / Y. J. Chen, F. Scarpa, Y. J. Liu, J. S Leng // *International Journal of Solids and Structures*. – 2013. – Vol. 50. – No. 6. – P. 996–1004.
7. A Numerical study of auxetic composite panels under blast loadings / G. Imbalzano, P. Tran, T. D. Ngo, P.V.S. Lee // *Composite Structures*. – 2016. – V. 135. – P. 339–352.
8. Dynamic tests for energy absorption by selected auxetic fabrics / P. Szurgott, M. Klasztorny, T. Niezgodna, D. Miedzinska, R. Gieleta // *Journal of Engineered Fibers and Fabrics*. – 2017. – V. 12. – Is. 4. – P. 7–14.
9. Negative through-the-thickness Poisson's ratio of elastic-viscoplastic angle-ply carbon fiber-reinforced plastic laminates: homogenization analysis / T. Matsuda, K. Goto, N. Kubota, N. Ohno // *International Journal of Plasticity*. – 2014. – V. 63. – P. 152–169.
10. Static and modal analysis of low porosity thin metallic auxetic structures using speckle interferometry and digital image correlation / L. Francesconi, M. Taylor, K. Bertoldi, A. Baldi // *Experimental Mechanics*. – 2018. – V. 58. – Is. 2. – P. 283–300.
11. Jiang L. Finite Element Modeling of Multi-layer Orthogonal Auxetic Composites under Low-Velocity Impact / L. Jiang, H. Hu // *Materials* 2017, 10, 908;
12. A comparative study of ballistic resistance of sandwich panels with aluminum foam and auxetic honeycomb cores / S. Yang, C. Qi, D. Wang, R. Gao, H. Hu, J. Shu // *Advances in Mechanical Engineering*. – 2015. – Режим доступу: <https://journals.sagepub.com/doi/full/10.1155/2013/589216>.
13. Lakes R. S. Physical meaning of elastic constants in cosserat, void, and microstretch elasticity / R. S. Lakes // *Journal of Mechanics of Materials and Structures*. – 2016. – V. 11. – No. 3. – P. 217–229.
14. Mikulich O. A. Vzaiemodiia slabkykh udarnykh khvyl z tunelnymy porozhnynamy u auksetyk-seredovyshchakh / O. A. Mikulich, V. I. Shvabiuk // *Naukovi notatky*. – 2018. – Vyp. 61. – С. 148–153.
15. Landau L. D. Teoriya uprugosti / L. D. Landau, E. M. Lifshic. – М.: Nauka, 1985. – 245 s.
16. Mashchenko V. A. Eksperymentalna ustanovka dlia vymiriuvannia pruzhnykh parametriv hirs'kykh porid / V. A. Mashchenko, O. O. Panchuk, I. O. Sadovenko, M. A. Bordiuk // *Visnyk inzhenernoi akademii Ukrainy*. – 2012. – Vyp. 3–4. – С. 60–64.
17. Spravochnik po kompozicionnym materialam: v 2-x kn. / Pod. red. Dzh. Lyubina. Кн. 2. – Москва: Mashinostroenie, 1988. – 545 s.

Надійшла до редакції 12.04.2019