

13. Maiboroda V. S., Bobina M. M., Loskutova T. V., Minitska N. V. *Osnovy mekhaniky ruinuвання*. K.: NTUU KPI, 2010. 124 s.

14. Samarskij A. A. *Vvedenie v teoriju raznostnyh shem*. M.: Nauka, 1971. 552 s.

15. Karpilovskiy V. S. *Metod skinchennykh elementiv i zadachi teorii pruzhnosti*. Kyiv: «Sofia A», 2022. 275 s.

16. Popov V. O., Kurdybakha V. M., Hrytsun O. V. *Modeliuvannya budivelnnykh konstrukttsii sudnonavantazhuvacha pid diieiu klimatychnykh vplyviv. Suchasni tekhnologii, materialy i konstrukttsii v budivnytstvi*. 2019. Vyp 26, # 1. S. 13-16.

17. Orobej V. F., Aniskin A., Dashhenko A. F., Kolomiec L. V., Limarenko A. M., Soldo B. *Metod granichnyh jelementov v zadachah rascheta*

*mashinostroitel'nyh konstrukcij*. Odessa: FOP Bondarenko M. A., 2016. 764 s.

18. Hryshanova I. A., Zghurovska L. P., Kyrychuk Yu. V. *Rozviazok zadach proiektuvannya prykladiv ta system z vykorystanniam ANSYS i MATHCAD: pidruchnyk*. Kyiv: KPI im. Ihoria Sikorskoho, Vyd-vo «Politekhnika», 2022. 180 s.

19. Lymarenko O. M., Khamrai V. V., Ponomarenko A. A., Baltianskyi I. V. *Vyznachennia parametriv napruzhenno-deformovanoho stanu pruzhnogo elementu sylovymiriuvacha chyslovym metodom. Pidionna tekhnika*. 2022, # 12. S. 12-13.

Надійшла до редакції 20.04.2023

УДК 621.317

**В. П. Квасніков<sup>1</sup>**, д.т.н., **Г. Д. Братченко<sup>2</sup>**, д.т.н., **Д. М. Квашук<sup>1</sup>**, к.е.н.

<sup>1</sup>Національний авіаційний університет, м. Київ

<sup>2</sup>Військова академія (м. Одеса), м. Одеса

## ОЦІНЮВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ВИМІРЮВАННЯ ОБЕРТАЛЬНИХ МОМЕНТІВ ЕЛЕКТРОДВИГУНІВ НА БАЗІ ТЕОРІЇ НЕЧІТКИХ МНОЖИН

Використання теорії нечітких змінних в метрології відкриває нові можливості для врахування неформалізованої інформації про джерела невизначеності при вимірюванні різних механічних величин. Особливо це актуально при визначенні похибок обертальних параметрів електродвигунів. У статті розглядається новий підхід до оцінювання точності вимірювань, який виходить за рамки традиційних методів вимірювання. Зокрема, зосереджено увагу на задачі оцінювання належності вимірювань обертальних моментів електродвигунів до невизначеності. Так, кожне вимірювання супроводжується похибкою, що має, як систематичну, так і випадкову складові. Оскільки точне значення результатів вимірювання не може бути відоме в рамках діапазону, який обмежений класом точності приладу, у статті запропоновано розглядати істинне значення вимірюваної величини як нечітку змінну, що дозволило розширити уявлення про невизначеність вимірювання. У статті здійснено спробу оцінити наближену точність вимірювань обертальних параметрів електродвигунів за допомогою спеціально розробленої функції належності. Практичне застосування цього методу дозволяє оцінити належність результатів вимірювань у різних режимах роботи електродвигунів до діапазону невизначеності. Для більш детального аналізу цієї проблеми у статті наведено приклад розв'язання подібних задач з використанням теорії можливостей та теорії нечітких множин, що дозволило краще враховувати невизначеності обертальних параметрів електродвигунів та визначити подальші шляхи розвитку цієї проблеми.

**Ключові слова:** теорія нечітких множин, нечіткі змінні, обертальний момент, кутова швидкість, кутове прискорення, метод вимірювання, сенсор, потужність, дестабілізуючі фактори, інформаційна система.

**V. P. Kvasnikov, DSc, H. D. Bratchenko, DSc, D. M. Kvashuk, PhD**

## ESTIMATION OF MEASURING UNCERTAINTY OF ELECTRIC MOTORS TORQUES USING THE THEORY OF FUZZY SETS

The use of the theory of fuzzy variables in metrology opens up new opportunities for taking into account informal information about the sources of uncertainty in the measurement of various mechanical quantities. This is especially relevant when determining errors in the rotational parameters of electric motors. This

article discusses a new approach to measurement accuracy assessment that goes beyond traditional measurement methods. In particular, attention is focused on the task of assessing the reliability range of measurements of rotational parameters of electric motors within a certain accuracy class. Each measurement is accompanied by an error that has both systematic and random components. Since the exact value of the measurement results cannot be known within the range that is limited by the accuracy class of the device, the article proposes to consider the true value of the measured value as a fuzzy variable, which allowed getting a better idea of the uncertainty of the measurement. In the article, an attempt was made to estimate the approximate accuracy of measurements of rotational parameters of electric motors using a specially developed membership function. The practical application of this method makes it possible to assess the reliability of measurements in different modes of operation of electrode benders. For a more detailed analysis of this problem, the article provides examples of solving similar problems using the theory of possibilities and the theory of fuzzy sets, which made it possible to better take into account the uncertainties of the rotational parameters of electric motors and determine further ways of developing this problem.

**Keywords:** fuzzy set theory, fuzzy variables, torque, angular velocity, angular acceleration, measurement method, sensor, power, destabilizing factors, information system.

DOI 10.32684/2412-5288-2023-1-22-23-34

### Вступ

В метрологічних задачах математична обробка здійснюється традиційними методами статистики, а теорія нечітких множин використовується для обробки слабо формалізованої інформації та уточнення результатів. Тому, необхідність втілити в традиційні методи метрології нечіткі змінні, враховуючи специфіку обробки результатів вимірювань та прийняті метрологічні норми, є задачею багатьох дослідників.

Кожне вимірювання супроводжується похибкою, що являє собою комбінацію систематичної та випадкової складових. Ці складові, так само як і істинне значення вимірюваної величини, можна інтерпретувати та представити як нечіткі змінні. Застосування такого підходу може бути корисним у метрологічному супроводі математичної обробки результатів прямих вимірювань, а також при розрахунку характеристик похибок комплексних вимірювальних засобів.

Похибки можуть бути формалізовані, як нечіткі змінні з допомогою спеціально розробленої функції належності, що повністю відповідає поточній системі вимірювальних нормативів.

Таким чином, засоби та методи теорії нечітких множин можуть використовуватись для обробки погано формалізованої інформації та уточнення результатів, які знаходяться в діапазоні невизначеності. З цього випливає необхідність дослідження такої невизначеності, яка може значною мірою збільшуватись в залежності від умов вимірювання динаміки зміни вимірюваної величини, класу точності вимірювальних приладів. тощо.

Значною мірою це стосується вимірювання обертових моментів електричних двигунів (ЕД), де зазначені проблеми спостерігаються в залежності від швидкості обертання валу, меха-

нічного опору, електричних параметрів, температурних режимів, вібрації та інших дестабілізуючих факторів, які впливають на точність вимірювання.

В такому випадку, постає необхідність розширення традиційних метрологічних методів вимірювання в рамках теорії нечітких змінних.

### Аналіз публікацій та досліджень

Існують пропозиції з використанням нечітких змінних для об'єднання сигналів декількох датчиків одного вимірюваного параметра в інтелектуальних інформаційно-вимірювальних системах (ІВС) [1]. Але для цього потрібні додаткові інформативні параметри. За їх відсутності, або неможливості отримання, залишається сфера дослідження невизначеності, яка і обумовила інтерес до даної проблеми, оскільки похибка вимірювання та істинне значення вимірюваної величини можна розглядати, як нечіткі змінні.

Априорна інформація про об'єкт вимірювання важлива при математичній обробці даних в ІВС та при оцінці характеристик похибок. Ця інформація часто виражається у нечіткій формі. Тому, для адаптації теорії нечітких змінних до завдань теорії та практики вимірювань, необхідно уточнити деякі моменти. Наприклад, результати багаторазових вимірювань, що спотворені випадковими похибками та їх подальше усереднення мають призвести до зменшення інтервалу невизначеності. Крім того, нечітка формалізація характеристик інструментальної похибки засобів вимірювання, або вимірювальних модулів ІВС не повинна призвести до змін у методах нормування та експериментального визначення цих характеристик.

Автори статті [2] намагаються подолати розбіжність між традиційними засобами вимірювань та вимірюваннями з використанням нечіткої

логіки, реалізувавши традиційні метрологічні методи в рамках теорії нечітких змінних. Реалізують це з використанням нечітких змінних, враховуючи специфіку обробки результатів вимірювань та прийнятих метрологічних норм.

Дане дослідження спрямоване на вивчення діапазону невизначеності та враховує можливість опису похибки вимірювальних приладів за допомогою нечітких множин, що не суперечить традиціям метрології та відповідає сучасним вимогам до обробки інформації.

Разом з тим, результати отримані в даній роботі більше стосуються одиночних вимірювань при незмінних умовах, які характеризують точність такого вимірювання, в той час, як вимірювання динамічних параметрів, наприклад механічного моменту електродвигуна обумовлено зміною точності в різних умовах роботи (під час запуску, під час гальмування, в умовах вібрації, в умовах підвищених температур, тощо)

Тому, для окремих випадків використання вимірювальних засобів необхідне уточнення, як класу точності приладу, так і наближеного діапазону достовірності вимірювань в різних режимах роботи.

Результати прямих вимірювань зазвичай проходять математичну обробку, яка здійснюється за допомогою арифметичних операцій. Важливо не лише отримати результат вимірювання, але й визначити інтервал невизначеності цього значення. В рамках цього підходу до інтерпретації значення вимірюваної величини, як нечіткого числа, необхідно визначити функцію належності результату математичної обробки та інтервал невизначеності вимірюваної величини.

В теорії нечітких змінних існує декілька правил визначення функції належності результатів математичних операцій над нечіткими числами. Наприклад, автори статті [3] обирають найбільш зручне для їхнього дослідження, де функція належності розглядається, як ймовірність того, що суб'єкт, що приймає рішення, віднесе певне значення до певної множини значень.

Відома теорія можливостей характеризує особливий тип невизначеності та розглядається як альтернативна теорії ймовірностей. Вперше її ввів професор Лотфі Заде (Lotfi Zadeh) у 1978 році як розширення теорії нечітких множин [4]. У 1990 році Д. Дюбуа та А. Прад представили окремі уточнення до теорії можливостей пов'язані з обробкою та аналізом невизначеності у різноманітних сферах [5].

Традиційні методи, зокрема, теорія ймовірностей, не завжди є оптимальними для розуміння невизначеності. Саме тому актуальність нового підходу, що базується на поняттях нечітких

множин, мір вірогідності не можна недооцінювати. Так, нечіткі множини дозволяють моделювати невизначеність в тих ситуаціях, коли інформація є неповною, неточною, або контекстуальною. Такий підхід дозволяє гнучко враховувати різні ступені впевненості у точності вимірювань. Це, в свою чергу, дає інструментарій для кількісного оцінювання невизначеності, відходячи з дискретних категорій її оцінки, таких як «істинно» або «невірно». Такий підхід взаємодіє з методологією інтервального аналізу [6], що забезпечує додаткову гнучкість при обробці даних, які мають широкі межі невизначеності.

Так, можливість події, на відміну від ймовірності, яка оцінює частоту її появи в регулярно-стохастичному експерименті, орієнтована на відносну оцінку істинності цієї події. Тобто, змістовно показник може бути оцінений, як більше, менше, або дорівнює істинному значенню. Разом з цим, можливість події виключає подійно-частотну інтерпретацію (на відміну ймовірності), яка пов'язує її з експериментом.

Хоча й теорія можливостей дозволяє математично моделювати реальність з урахуванням фактів, знань, гіпотез, суджень, тощо, проте її застосування в процесі оцінювання невизначеності, яка знаходиться в діапазоні похибки, складно реалізувати, оскільки потрібні певні критерії, отримати які можливо використовуючи теорію ймовірності.

При представленні похибки нечіткою змінною логічно трактувати значення рівня довіри як ступінь впевненості, що інтервал повністю покривається інтервалом можливих значень похибки або проміжком заданої ймовірнісної міри. За такого тлумачення зберігається принцип інтервального опису характеристик похибки. В свою чергу вкладені інтервали визначають множини можливих значень повної похибки при заданому рівні довіри.

В роботі [7] досліджується концепція вимірювання з використанням нечітких множин та отримання базових чітких значень шляхом визначення більш точного діапазону невизначеності. Розглядаються як швидкісні, так і точнісні особливості нечіткої метрології.

Дослідження спрямовані на поєднання стандартних метрологічних інструментів та нечітких змінних з використанням теорії нечітких множин уособлені в роботі [8], де вони застосовуються для визначення неточностей поверхонь при застосуванні координатно-вимірювальних машин.

Більш сучасні дослідження спрямовані на збільшення точності вимірювань, з використанням засобів штучного інтелекту, тобто паралельно із методами математичного аналізу невизна-

ченості розвиваються і засоби машинного навчання та нейронні мережі. Так, в роботі [9] застосовуються методи аналізу інтерференційних смуг з використанням теорії нечітких множин, що дозволило на основі обробки великих масивів даних оптимізувати вибір критеріїв достовірності функції належності.

Дослідження спрямоване на оцінку невизначеності вимірювання, засноване на процедурі калібрування та на оцінці коефіцієнтів статичних характеристик, показало можливість оптимізації процедури калібрування датчиків на основі змодельованих даних [10]. Для визначення адекватності моделі застосовувалась нечітка логіка.

Загалом застосування нечіткої логіки в метрології носить суто індивідуальний характер, що зводиться до обробки отриманих результатів вимірювань. Залежно від типу невизначеності вчені намагаються збільшити точність, розподілити дані, опрацювати гіпотезу.

Наприклад, в роботі [11] було представлено метод обробки випадково спотворених даних. Для візуалізації таких спотворень, були розроблені гістограми. Запропоновано простий спосіб оцінки невизначеності вимірювань на основі нечіткої логіки.

В роботі [12] запропоновано новий підхід до моделювання з використанням моделі Takagi–Sugeno (T-S) для обробки метрологічних затримок. Основна перевага цього підходу полягає в тому, що він не вимагає знань про точні значення стохастичних затримок і може бути застосований в ситуаціях, які включають всі можливі затримки. На основі моделі T-S та алгоритму оцінювання перешкод отримані середнє значення та дисперсія виходу запропонованої моделі. Зважаючи на застосування в цьому випадку статистичного підходу, нечітка логіка була використана для підтвердження правильності моделі T-S.

Відомі дослідження, які висвітлюють впровадження результатів обробки вимірювальної інформації у приладові системи [13-15]. Заслугує уваги праця [16], де розглядається застосування нечіткого логічного контролера в системі теплообмінника з метою регулювання температури рідини на виході. Дослідження показало, що нечітке керування є більш ефективним у порівнянні з традиційним ПІД-регулюванням.

Разом з тим, основна сфера застосування нечіткої логіки в метрології присвячена аналізу похибок засобів вимірювань.

**Метою роботи** є оцінювання невизначеності результатів вимірювань оберտальних моментів електродвигунів з використанням методів теорії нечітких множин.

## Основна частина

Вимірювання обертальних параметрів електродвигунів пов'язані із похибками, які можуть виникнути внаслідок механічних, електричних та інших факторів. Для їх аналізу необхідно мати статистичні дані, отримані в результаті реальної роботи вимірювального приладу, або моделюючий комплекс, що може відтворити динамічні процеси, які характеризують роботу електродвигуна по відомим динамічним законам. Так, на рис. 1 представлено модель вимірювання кутової швидкості колекторного електродвигуна постійного струму, функція перетворення вимірювального каналу якого, має наступний вигляд

$$W_y(s) = \frac{I_y(s)}{U_y(s)} = \frac{k_I s}{(T_m T_e s^2 + T_m s + 1)}, \quad (1)$$

де  $T_m = \frac{J R_y}{C_w C_e}$  – механічна постійна часу

двигуна;

$T_e = \frac{L_y}{R_y}$  – електротехнічна постійна часу

роботи двигуна;

$k_I = \frac{J}{C_w C_e}$  – коефіцієнт передачі по стру-

му;

$I_y$  – струм в якірному колі ЕД;

$R_y$  – опір якірного кола, що рівний сумі опору якірних обмоток ЕД та вхідного опору підсилювача, Ом;

$L_y$  – сума індуктивностей якірного кола двигуна та вихідного кола підсилювача, Гн;

$J$  – момент інерції якоря, Н·м<sup>2</sup>;

$C_e$  – коефіцієнт моменту сили, Н·м;

$C_w$  – швидкості, В·с/рад;

$s$  – оператор Лапласа;

$U_y$  – напруга.

Технічні характеристики двигуна, для якого проведено моделювання наведено в технічній документації [17].

Структурна схема електродвигуна представлена на рис. 1.

Перехідну характеристику швидкості обертання отримано використовуючи програмну бібліотеку control, що дозволяє моделювати лінійні системи [18].

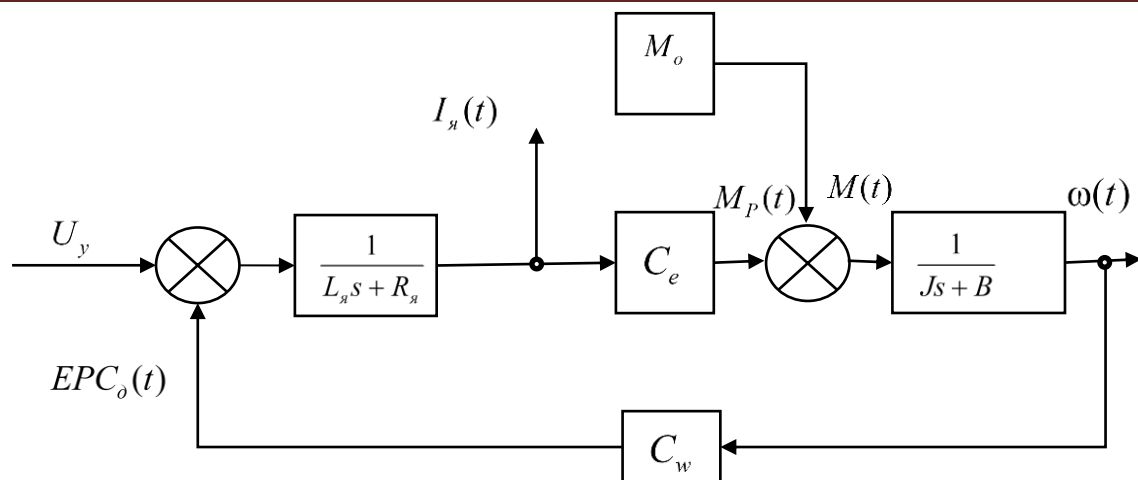


Рисунок 1 – Структурна схема колекторного двигуна постійного струму, де  $EPC_o$  – зворотна ЕРС двигуна;  $M_o, M_p, M$  – момент опору, рушійний момент, загальний момент прикладений до валу ротора;  $B$  – коефіцієнт тертя

Програмний код для реалізації моделювання представлено нижче:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import control as ctrl
# Задаємо параметри системи
L = 0.5 # Індуктивність
R = 1.0 # Опір
K = 0.3 # Коефіцієнт моменту сили
J = 0.09 # Момент інерції
B = 0.1 # Коефіцієнт тертя
# Задаємо передатні функції
G1 = ctrl.TransferFunction([1], [L, R])
G2 = ctrl.TransferFunction([K], [1])
G3 = ctrl.TransferFunction([1], [J, B])
# Задаємо зворотній зв'язок (по швидкості)
H = ctrl.TransferFunction([1], [1])
# З'єднуємо системи в ланцюг
system = ctrl.series(G1, G2, G3) # G1 -> G2 -> G3
```

```
closed_loop_system = ctrl.feedback(system, H)
# Задаємо вхідний сигнал (ступінчаста функція)
time = np.linspace(0, 10, 1000)
# Розраховуємо перехідну характеристику
t, y = ctrl.forced_response(closed_loop_system,
T=time, U=4800)
# Графік
plt.figure()
plt.plot(t, y, 'r')
plt.xlabel("Час, с")
plt.ylabel("Швидкість обертання, об./хв")
plt.grid(True)
plt.show()
```

Моделювання такої системи може бути використано для вивчення електричних параметрів двигуна. Схожий підхід використовувався і в роботі [19], де описано зв'язок між ковзанням у підшипниках та струмом статора:

$$s = \frac{R'_2 \left( X_\mu^2 R_1 I_1^2 - U_1^2 R_1 + \sqrt{-U_1^4 X_k^2 - U_1^4 X_\mu^2 - 2U_1^4 X_k X_\mu + (2U_1^2 X_k^2 X_\mu^2 - U_1^2 X_\sigma^4 + 2U_1^2 X_\mu^3 X_k) I_1^2 - X_\mu^4 X_k^2 I_1^4} \right)}{U_1^2 X_k^2 + U_1^2 R_1^2 + U_1^2 X_\mu^2 + 2U_1^2 X_k X_\mu - (X_\mu^2 X_k^2 + X_\mu^2 R_1^2) I_1^2}, \quad (2)$$

де  $s$  – ковзання;

$X_k$  – індуктивний опір короткого замикання;

ная;

$R_1$  – опір статора;

$R'_2$  – наведений опір ротора;

$U_1$  – напруга на статорі;

$X_\mu$  – індуктивний опір контуру намагнічування. Обертальний момент, можна виразити через швидкість обертання валу  $\omega$  та інші параметри системи. Для цього потрібно врахувати

рівняння динаміки двигуна

$$M = J \frac{d\omega}{dt} + B\omega. \quad (3)$$

Маючи характеристики кутової швидкості, отримаємо перехідну характеристику обертального моменту із заданим моментом опору та рушійним моментом (рис. 2).

Проте для дослідження невизначеності характеристик обертального моменту найбільш точним способом вважається безпосереднє вимі-

рювання моменту на валу (наприклад тензометричним способом), тобто під час здійснення прямих вимірювань. Тому в структурну схему (рис. 1) потрібно додати ще й функцію вібрації, яка може передаватися від вимірювального плеча до сенсора, який вимірює навантаження, як, наприклад, на стенді представленому на рис. 3.

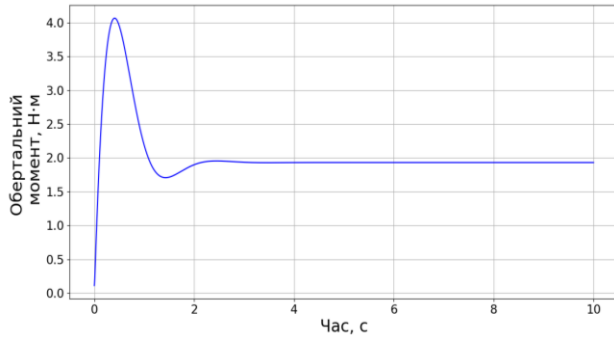


Рисунок 2 – Перехідна характеристика обертового моменту колекторного електродвигуна постійного струму

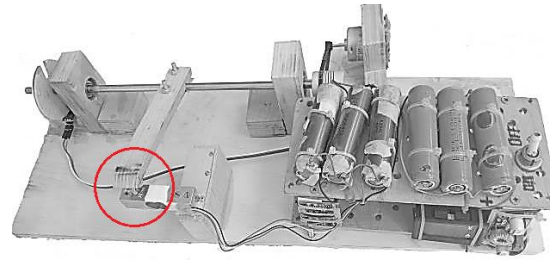


Рисунок 3 – Стенд для вимірювання обертового моменту колекторного електродвигуна постійного струму

Дослідження структури вібрацій електродвигунів характеризують це явище не як випадковий процес, а навпаки періодичний процес, що залежний від багатьох факторів. Тому, передатна функція вібрації для кожного електродвигуна в залежності від умов використання буде особливою, але міститиме коливальний елемент [20-23].

Так, вплив вібрації на зміну обертового моменту, може бути описаний коливальною ланкою другого порядку (рис. 4).

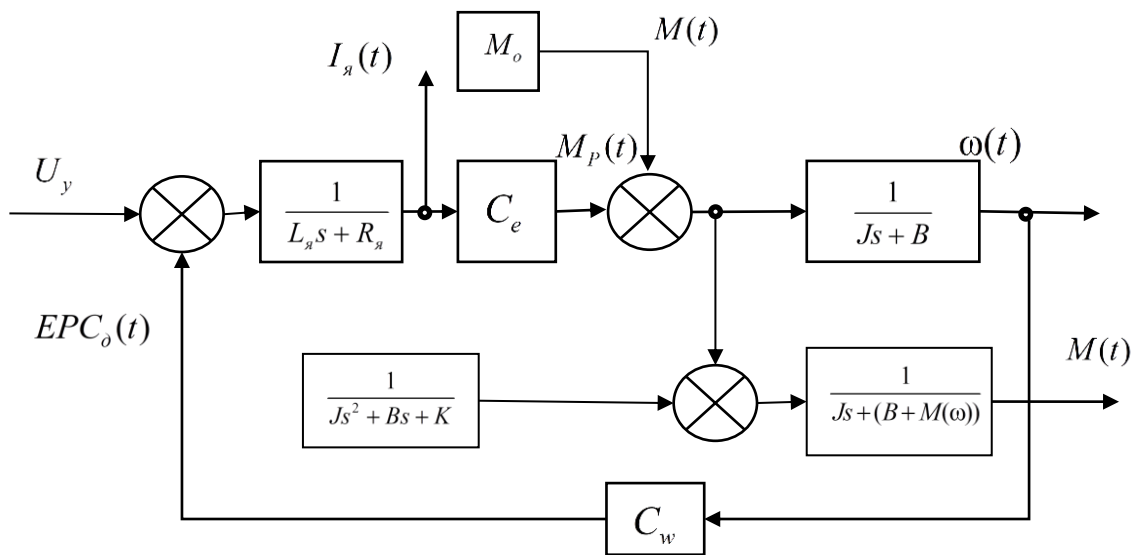


Рисунок 4 – Структурна схема колекторного двигуна постійного струму, де  $EPC_d$  – зворотна ЕРС двигуна;  $M_o, M_p, M$  – момент опору, рушійний момент, загальний момент прикладений до валу ротора;  $B$  – коефіцієнт тертя

Отримана перехідна характеристика швидкості обертання та обертового моменту, з урахуванням вібрації представлена на рис. 5. З рис. 5 можна спостерігати, що похибка, обумовлена вібраціями залежить від режиму роботи. Так, під час запуску вібрація значно збільшується.

Границі допустимої основної абсолютної

похибки  $D$  можуть бути представлені одним з трьох способів: сталим числом для будь-яких значень  $X$ , що характеризує адитивну похибку –  $D = \pm a$ ; у вигляді двочленної формули, яка включає адитивну та мультиплікативну похибки –  $D = \pm(a + bX)$ ; у вигляді рівняння  $D = f(X)$ . Для останнього варіанту допускається представляти похибку у вигляді графіка або таблиці.

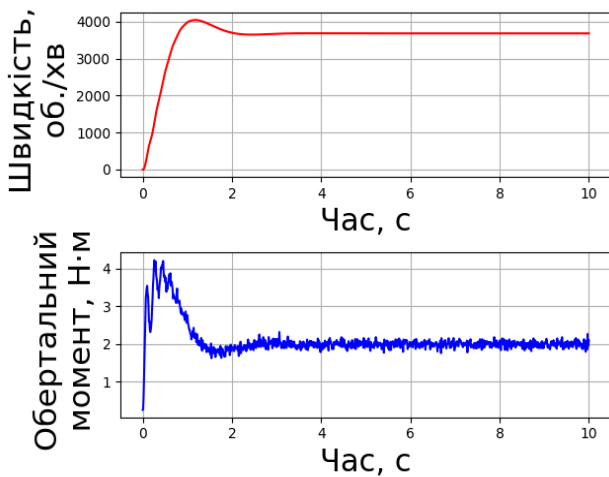


Рисунок 5 – Перехідна характеристика швидкості обертання та обертального моменту з урахуванням вібрації

Використання нечітких множин для опису  $D = f(X)$  є доцільним, коли існує необхідність проводити табличне нормування похибки, особливо, коли крім вібрації, існує ще й нелінійна складова похибки. Для вимірювань обертальних параметрів ЕД це може бути температурний вплив на властивості пружного деформаційного елемента, який використовують для отримання кута скручування, що характеризує зміну моменту. Тому, в деяких працях запропоновано експертний варіант нормування похибки табличним способом, як, наприклад, на рис. 1 в роботі [16].

Для опису даного типу похибок нечітка логіка може служити ефективним інструментом, що дозволяє більш точно обробляти нечіткість і невизначеність, які є неодмінною складовою таких вимірювань.

Так, для кожного обертального параметру (наприклад, швидкість, кутове прискорення тощо) можна визначити відповідну нечітку множину, яка представляє похибку вимірювання та характеризується функцією належності, що відображає ймовірність належності окремого значення похибки до цієї множини. Такі нечіткі множини, в свою чергу, дозволяють виконувати різні операції, наприклад об'єднання, перетин та доповнення, що сприяють обробці похибок вимірювань.

Використання нечітких множин для опису похибок вимірювання може значно покращити надійність та точність системи контролю обертальних параметрів електродвигунів як в умовах нелінійності вимірювальних каналів, так і впливу окремих дестабілізуючих факторів. Крім того, важливим аспектом такого дослідження є те, що

точність вимірювання може бути різною в різних режимах роботи електродвигуна (прискорення, пусковий момент, гальмування, вібрації, зміна температурних режимів, що впливає на пружність валу, тощо), а відповідно і діапазон невизначеності.

Для врахування окремих залежностей під час нормування похибки, на яку має вплив ряд дестабілізуючих факторів, функція якої має вигляд  $D = f(X)$ , необхідно встановити допустимі границі похибки, що вказують на граничні рівні вимірюваної величини порівняно з її «істинним» значенням. Зазначені границі можуть бути важливим індикатором надійності і точності результатів вимірювань.

Розглянемо основні кроки цього процесу.

#### 1. Визначення нечіткої множини похибки.

Нехай  $E$  представляє нечітку множину похибки вимірювання обертального моменту. Елементи цієї множини представляють можливі значення похибки, кожне з яких має відповідний ступінь належності, визначений функцією належності  $\mu_E(x)$  де  $x$  – конкретне значення результату вимірювання з урахуванням похибки.

Функція належності вказує на ступінь упевненості, що даний елемент  $x$  належить до нечіткої множини  $E$ , що містить значення обертального моменту електродвигуна  $W$ , які можуть бути отримані, наприклад, експериментально. Функція належності дозволяє робити висновки про належність елементів  $x$  до множини  $E$  не з абсолютною впевненістю, а з певним ступенем упевненості. Тобто, кожне значення обертального моменту  $W$  може належати до множини  $E$  з певним ступенем упевненості, що вимірюється за допомогою функції належності. Це особливо корисно при моделюванні або аналізі реальних систем, де точні значення може бути важко отримати, або існує невизначеність чи варіабельність.

Таким чином, функція належності – це ключовий елемент в теорії нечітких множин, який використовується для визначення ступеня належності конкретного елемента до нечіткої множини. Вона реалізує перехід від класичної двійкової логіки (де елемент або належить множині, або ні) до логіки, де елемент може належати множині з певним ступенем від 0 до 1.

Так, значення функції належності варіюється від  $\mu_E(x) = 0$  (абсолютна впевненість, що елемент не належить до множини  $E$ ) до  $\mu_E(x) = 1$  (абсолютна впевненість, що елемент належить до множини  $E$ ).

В метрології множина  $E$  – невизначеність результату вимірювань може мати різні значення за умов впливу дестабілізуючих факторів. Значною мірою це стосується вимірювання обертальних моментів електродвигунів в умовах вібрацій. Тому, для визначення відхилень від стабільних режимів роботи можна застосовувати методи оцінювання належності вимірюваної величини до інтервалу невизначеності.

Критерії належності елемента  $x$  до нечіткої множини  $E$  можуть бути отримані, використовуючи ряд підходів: експертна оцінка; на основі експериментальних даних та інших методах.

2. *Оцінка похибки.* За допомогою нечіткої множини похибки  $E$  можна оцінити вплив похибки на результати вимірювань обертального моменту. Наприклад, можна визначити нечітку множину вимірювань обертального моменту і застосувати операції нечітких множин для аналізу загальної похибки.

3. *Аналіз невизначеності.* На основі нечіткої множини  $E$  можна розрахувати рівень довіри для різних інтервалів значень похибки. Це дозволяє оцінити невизначеність вимірювань і врахувати її при розробці стратегій контролю та регулювання обертального моменту електродвигуна.

4. *Моделювання.* На основі моделювання похибки з використанням теорії нечітких множин можна розробити стратегії для зменшення похибки вимірювання. Це може включати в себе застосування алгоритмів нечіткого логічного управління або оптимізації на основі нечіткої логіки для налаштування параметрів системи вимірювання.

За вказаними умовами можемо створити функцію належності, що відображає нечіткість похибки під час вимірювання моменту електродвигуна. Для цього використаємо межі зміни вимірюваної величини отримані під час моделювання роботи ЕД як границі, поза якими функція належності дорівнює нулю (див. рис. 2 та рис. 5). У відповідності до рис. 5, де представлено множину даних, що отримані під час моделювання обертального моменту колекторного електродвигуна постійного струму з урахуванням такого дестабілізуючого фактору як вібрація, задаємо діапазон шкали засобу вимірювань від 0,1 до 4 Н·м.

Для оцінювання результату вимірювання можна застосувати відому трапецієвидну функцію належності, яка виражена відносно значення обертального моменту  $W$ :

$$\mu(W; a; b; c; d) = \begin{cases} 0, & W < a \\ \frac{W-a}{b-a}, & a < W < b \\ 1, & b < W < c \\ \frac{d-W}{d-c}, & c < W < d \\ 0, & W > d \end{cases}, \quad (5)$$

де  $W$  – значення обертального моменту;

$a, b, c, d$  – параметри функції належності  $W$  до інтервалу невизначеності.

$a$  – нижня границя. Точка, де значення функції належності починає зростання від 0 (виходячи із даних експерименту буде складати 0,1 Н·м);

$b$  – початкова точка насичення. Від цієї точки і до точки  $c$  функція належності має значення 1;

$c$  – кінцева точка насичення. Після цієї точки функція належності починає зменшуватися до 0;

Діапазон зміни значень обертального моменту, елементи якого достовірно належать до нечіткої множини. Він складатиме  $\pm 5\%$  від діапазону шкали засобу вимірювань  $\Delta W = 3,9$  Н·м. Тоді мінімальне та максимальне допустимі значення обертального моменту ЕД в усталеному режимі:  $W_{\min} = W_y - 0,05\Delta W$ ;  $W_{\max} = W_y + 0,05\Delta W$ , де  $W_y = 1,82$  Н·м. Тому, базуючись на експериментальних даних (рис. 5), задамо параметри функції належності:  $b = W_{\min} \approx 1,62$  Н·м і  $c = W_{\max} \approx 2,02$  Н·м;  $d$  – верхня границя (складатиме 4 Н·м) (рис. 6).

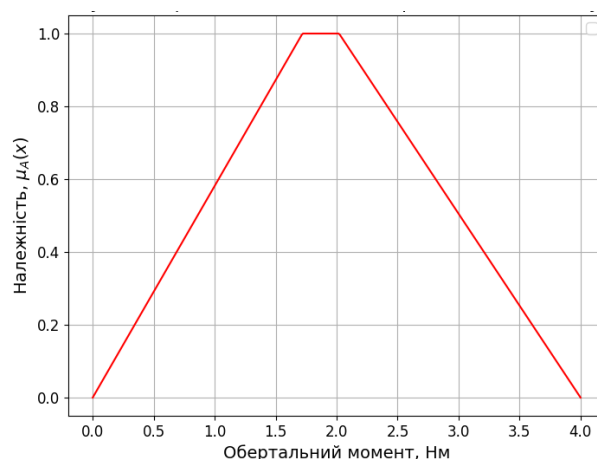


Рисунок 6 – Функція належності  $\mu(W)$ , обчислена з використанням програмної бібліотеки scikit-fuzzy [24]

Оцінювання ступеня належності послідовності результатів вимірювань обертального моменту до інтервалу невизначеності можна за допомогою програмної бібліотеки *scikit-fuzzy* для роботи з нечіткими множинами [24]. Для цього розроблено спеціальне програмне забезпечення, що реалізує запропонований алгоритм (рис. 7), що дозволяє візуалізувати належність отриманих результатів до інтервалу невизначеності, базуючись на методах нечіткої логіки.

Так, з використанням цього алгоритму для нової вибірки змодельованих даних (рис. 8, а) побудовано криву ступеня належності вимірних величин до інтервалу невизначеності (рис. 8, б). З рис. 8, б видно, що ступінь належності результатів вимірювань до інтервалу невизначеності зростає із встановленням стабільного режиму роботи електродвигуна.



Рисунок 7 – Алгоритм оцінки невизначеності вимірювань обертальних моментів електродвигунів

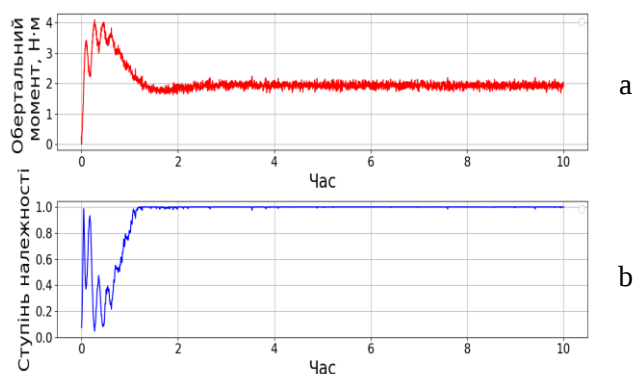


Рисунок 8 – Вибірка результатів вимірювань обертального моменту з урахуванням вібрації (а) та відповідний ступінь їх належності до інтервалу невизначеності згідно (5) (б)

Таким чином, за результатами моделювання отримано залежність (рис. 8, б), яка дозволяє оцінювати достовірність вимірних значень обертального моменту ЕД за ступенем їх належності до заданого інтервалу невизначеності з використанням функції залежності виду (5).

### Висновок

Використання нечітких множин дозволяє оцінювати невизначеність результатів вимірювань обертальних моментів електродвигунів, визначивши ступінь їх належності заданому інтервалу невизначеності. Це не зменшує невизначеності, однак, з допомогою теорії нечітких множин можна розширити інструментарій для обробки та аналізу даних результатів вимірювань в умовах невизначеності шляхом експериментального або експертного встановлення вигляду функції належності.

Запропонований в роботі спосіб моделювання обертальних параметрів електродвигуна показав можливість відтворення впливу вібрацій, представивши динаміку їх зміни в процесі розгону. Це дозволило отримати дані для оцінки ступеня належності результатів вимірювань до інтервалу невизначеності, а також побудувати алгоритм оцінювання невизначеності, реалізацію якого виконано з використанням окремих програмних інструментів. В основі такого алгоритму лежить функція належності, яка побудована на базі теорії нечітких множин. Вона застосовується ітераційно для визначення ступеня належності серії результатів вимірювань до інтервалу невизначеності, що дозволяє оцінювати обертальні параметри електродвигуна в динаміці.

Розглянутий у статті приклад наочно ілюструє можливість оцінювання ступеня належності результатів вимірювань заданому інтервалу не-

визначеності. На прикладі моделювання розгону електродвигуна та вимірювання обертового моменту в цей період часу визначено ступінь належності результатів вимірювань заданому інтервалу невизначеності за мінімальної вібрації, збільшення якої обумовлює зменшення ступіня належності.

Показник належності, динаміка зміни якого представлена на рис. 8, можна розглядати як додаткову характеристику точності вимірювання, що визначається за допомогою функції належності, яка може бути отримана експертним шляхом.

Розглянутий метод може знайти практичне застосування для контролю обертових моментів електродвигунів при високих кутових швидкостях, в перехідних режимах роботи, під час критичних навантажень та в інших умовах, коли похибка залежить від динамічних параметрів системи.

### Список використаних джерел

1. Семёнов К. К. Нечеткие переменные как способ формализации характеристик погрешности в задачах математической обработки. *Информация и её применение*. 2012. Том 6, вып. 2. С. 101-112.
2. Солопченко Г. Н. Представление измеряемых величин и погрешностей измерений как нечетких переменных. *Измерительная техника*. 2007. № 2. С. 3.
3. Борисов А. Н., Алексеев А. В., Меркурьева Г. В. и др. Обработка нечеткой информации в системах принятия решений. М.: Радио и связь, 1989. 304 с.
4. Zadeh, L. A. (1978). Fuzzy Sets as the Basis for a Theory of Possibility. *Fuzzy Sets and Systems*, 1, 3-28. [https://doi.org/10.1016/0165-0114\(78\)90029-5](https://doi.org/10.1016/0165-0114(78)90029-5).
5. Дюбуа Д., Прад А. Теория возможностей. Приложения к представлению знаний в информатике. М.: Радио и связь, 1990. 288 с.
6. Jaulin, L., Kieffer, M., Didrit, O. Walter, E. (2001). *Applied Interval Analysis with Examples in Parameter and State Estimation, Robust Control and Robotics*. Springer London Ltd, pp. 398. URL: <https://hal.science/hal-00845131>.
7. Caulfield, H. J. (1996). Fuzzy optical metrology. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 4(2), 206-208. <https://doi.org/10.1109/91.493914>.
8. Benattia, B. (2018). Fuzzy Logic Applications in Metrology Processes. In *Fuzzy Logic Based in Optimization Methods and Control Systems and Its Applications*, Edited by Ali Sadollah. IntechOpen. <https://doi.org/10.5772/intechopen.79381>.
9. Wiczorowski, M., Kucharski, D., Sniatala, P., Pawlus, P., Krolczyk, G., Gapinski, B. (2023) A novel approach to using artificial intelligence in coordinate metrology including nano scale. *Measurement*, 217, Article 113051, <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2023.113051>.
10. Swojak, N., Wiczorowski, M., Jakubowicz, M. (2021). Assessment of selected metrological properties of laser triangulation sensors. *Measurement*, 176, Article 109190, <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2021.109190>.
11. Filipowicz, W. (2021) Conditional dependencies in imprecise data handling. *Procedia Computer Science*, 192, 80-89, <https://doi.org/10.1016/j.procs.2021.08.009>.
12. Wang, Y., Zheng, Y., Yang, R., Fang, H., Ren, H. (2011). Performance Analysis of Takagi-Sugeno Fuzzy Model For Run-to-run Control with Stochastic Metrology Delay. *IFAC Proceedings*, 44 (1), 489-494. <https://doi.org/10.3182/20110828-6-IT-1002.01724>.
13. Ali, M., Ahmad, M., Koondhar, M. A., Akram, M. S., Verma, A., Khan, B. (2023). Maximum power point tracking for grid-connected photovoltaic system using Adaptive Fuzzy Logic Controller. *Computers and Electrical Engineering*, 110, Article 108879. <https://doi.org/10.1016/j.compeleceng.2023.108879>.
14. Abdolrasol, M. G. M., Ayob, A., Mutlag, A. H., Ustun, T. S. (2023). Optimal fuzzy logic controller based PSO for photovoltaic system. *Energy Reports*, 9 (1), 427-434, <https://doi.org/10.1016/j.egy.2022.11.039>.
15. Abouobaida, H., Mchaouar, Y., Abouelmahjoub, Y., Mahmoudi, H., Abbou, A., Jamil, M. (2023). Performance optimization of the INC-COND fuzzy MPPT based on a variable step for photovoltaic systems. *Optik*, 278, Article 170657. <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2023.170657>.
16. Varshney, A., Goyal, V. (2023). Re-evaluation on fuzzy logic controlled system by optimizing the membership functions. *Materials Today: Proceedings*, <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2023.03.799>.
17. Maxon. (2023). Working Characteristics of the DC Permanent Magnet Motor (RE 25). Retrieved from URL: [https://www.maxongroup.com/medias/sys\\_master/root/8846142373918/20-DE-V2-136.pdf](https://www.maxongroup.com/medias/sys_master/root/8846142373918/20-DE-V2-136.pdf).
18. Python Control Systems Library Developers. "Python Control Systems Library (python-control) Version 0.9.4." Accessed [1.02.23]. URL: <https://python-control.readthedocs.io/en/0.9.4/>.
19. Бараев А. А., Чернусь Р. С. Метод измерения момента на валу в функции тока статора

приводного асинхронного электродвигателя. *Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования: сб. науч. ст. Междунар. конф.* Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. С. 625-631.

20. Сафиуллин Рузил Ахнафович, Янгиров Ильгиз Флюсович (2021). Исследование вибрации асинхронного электродвигателя. *Электротехнические и информационные комплексы и системы*, 17 (2), 41-54.

21. Baker, G. A., Graves-Morris, P. (1981). Pade Approximants. *Encyclopedia of Mathematics and its Applications*, 13-14.

Baker, G. A. and Graves-Morris, P. (1981) *Pade Approximants, Encyclopedia of Mathematics and its Application*. Vol. 13, Addison-Wesley Publishing Company, New York, Parts I and II.

22. Krishnaveni, S., Senthil, R. S., Jayasankar, T., Sathish, B. P. (2021) Analysis and control of the motor vibration using arduino and machine learning model, *Materials Today: Proceedings*, 45 (2), 2551-2555. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2020.11.261>.

23. Белашов В. Ю., Степанов Е. Л. Математическая модель расчета вибрации электродвигателей постоянного тока. *Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики*. 2012 № 7-8. С. 133-138.

24. Fuzzy Metrology. *Fuzzy Theory Systems. Techniques and Applications*, 2, 747-758. <https://doi.org/10.1016/B978-012443870-5.50028-9>.

## References

1. Semjonov K. K. Nechetkie peremennye kak sposob formalizacii harakteristik pogreshnosti v zadachah matematicheskoy obrabotki [Fuzzy variables as a way to formalize error characteristics in mathematical processing problems]. *Informacija i ejo primenienie*. 2012. Tom 6, vyp. 2. S. 101-112.

2. Solopchenko G. N. Predstavlenie izmerjaemykh velichin i pogreshnostej izmerenij kak nechetkih peremennykh [Representation of measured quantities and measurement errors as fuzzy variables]. *Izmeritel'naja tehnika*. 2007. № 2. S. 3.

3. Borisov A. N., Alekseev A. V., Merkur'eva G. V. i dr. Obrabotka nechetkoj informacii v sistemah prinjatija reshenij [Fuzzy information processing in decision making systems]. M.: Radio i svjaz', 1989. 304 s.

4. Zadeh, L. A. (1978). Fuzzy Sets as the Basis for a Theory of Possibility. *Fuzzy Sets and Systems*, 1, 3-28. [https://doi.org/10.1016/0165-0114\(78\)90029-5](https://doi.org/10.1016/0165-0114(78)90029-5).

5. Djubua D., Prad A. Teorija vozmozhnostej. Prilozhenija k predstavleniju znanij v informatike. M.: Radio i svjaz', 1990. 288 s.

6. Jaulin, L., Kieffer, M., Didrit, O. Walter, E. (2001). *Applied Interval Analysis with Examples in Parameter and State Estimation, Robust Control and Robotics*. Springer London Ltd, pp. 398. URL: <https://hal.science/hal-00845131>.

7. Caulfield, H. J. (1996). Fuzzy optical metrology. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 4(2), 206-208. <https://doi.org/10.1109/91.493914>.

8. Benattia, B. (2018). Fuzzy Logic Applications in Metrology Processes. In *Fuzzy Logic Based in Optimization Methods and Control Systems and Its Applications*, Edited by Ali Sadollah. IntechOpen. <https://doi.org/10.5772/intechopen.79381>.

9. Wiczorowski, M., Kucharski, D., Sniatala, P., Pawlus, P., Krolczyk, G., Gapinski, B. (2023) A novel approach to using artificial intelligence in coordinate metrology including nano scale. *Measurement*, 217, Article 113051, <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2023.113051>.

10. Swojak, N., Wiczorowski, M., Jakubowicz, M. (2021). Assessment of selected metrological properties of laser triangulation sensors. *Measurement*, 176, Article 109190, <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2021.109190>.

11. Filipowicz, W. (2021) Conditional dependencies in imprecise data handling. *Procedia Computer Science*, 192, 80-89, <https://doi.org/10.1016/j.procs.2021.08.009>.

12. Wang, Y., Zheng, Y., Yang, R., Fang, H., Ren, H. (2011). Performance Analysis of Takagi-Sugeno Fuzzy Model For Run-to-run Control with Stochastic Metrology Delay. *IFAC Proceedings*, 44 (1), 489-494. <https://doi.org/10.3182/20110828-6-IT-1002.01724>.

13. Ali, M., Ahmad, M., Koondhar, M. A., Akram, M. S., Verma, A., Khan, B. (2023). Maximum power point tracking for grid-connected photovoltaic system using Adaptive Fuzzy Logic Controller. *Computers and Electrical Engineering*, 110, Article 108879. <https://doi.org/10.1016/j.compeleceng.2023.108879>.

14. Abdolrasol, M. G. M., Ayob, A., Mutlag, A. H., Ustun, T. S. (2023). Optimal fuzzy logic controller based PSO for photovoltaic system. *Energy Reports*, 9 (1), 427-434, <https://doi.org/10.1016/j.egyr.2022.11.039>.

15. Abouobaida, H., Mchaouar, Y., Abouelmahjoub, Y., Mahmoudi, H., Abbou, A., Jamil, M. (2023). Performance optimization of the INC-COND fuzzy MPPT based on a variable step for photovoltaic systems. *Optik*, 278, Article 170657. <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2023.170657>.

16. Varshney, A., Goyal, V. (2023). Re-evaluation on fuzzy logic controlled system by optimizing the membership functions.

- Materials Today: Proceedings*, <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2023.03.799>.
17. Maxon. (2023). Working Characteristics of the DC Permanent Magnet Motor (RE 25). Retrieved from URL: <https://www.maxongroup.com/medias/sysmaster/root/8846142373918/20-DE-V2-136.pdf>.
  18. Python Control Systems Library Developers. "Python Control Systems Library (python-control) Version 0.9.4." Accessed [1.02.23]. <https://python-control.readthedocs.io/en/0.9.4/>.
  19. Bagaev A. A., Chernus R. S. Metod izmeneniya momenta na valu v funktsii toka statora privodnogo asinkhronnogo elektrodvigatelya. Sbornik nauchnykh statey mezhdunarodnoy konferentsii «Lomonosovskie chteniya na Altae: fundamentalnye problemy nauki i obrazovaniya». Barnaul: Izd-vo Alt. un-ta, 2015. S. 625-631.
  20. Safyullin, R. A., & Yangirov, I. F. (2021). Issledovanie vibratsii asinkhronnogo elektrodvigatelya [Investigation of the vibration of an asynchronous electric motor]. *Elektrotekhnicheskie i informatsionnye komplekсы i sistemy*, 17(2), 41-54.
  21. Baker, G. A., Graves-Morris, P. (1981). Pade Approximants. *Encyclopedia of Mathematics and its Applications*, 13-14.
  22. Krishnaveni, S., Senthil, R. S., Jayasankar, T., Sathish, B. P. (2021) Analysis and control of the motor vibration using arduino and machine learning model, *Materials Today: Proceedings*, 45 (2), 2551-2555. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2020.11.261>.
  23. Belashov, V. Yu., Stepanov, E. L. Matematicheskaya model rascheta vibratsii elektrodvigatelya postoyannogo toka [Mathematical model for calculating the vibration of direct current motors]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Problemy energetiki*. 2012. № 7-8. S. 133-138.
  24. Fuzzy Metrology. Fuzzy Theory Systems. *Techniques and Applications*, 2, 747-758. <https://doi.org/10.1016/B978-012443870-5.50028-9>.

Надійшла до редакції 02.06.2023