UDC 629.3.023.153

L. Kolomiets[1], DSc, **V. Khamray[2], O. Lymarenko[2],** PhD, **A. Bazhanova[2],** PhD, **A. Ponomarenko[2]**

[1] *State University of Intellectual Technologies and Communications, Odesa*
[2] *Odesa Polytechnic National University, Odesa*

DEVELOPMENT OF A FORMULA OF DEPENDENCE BETWEEN VEHICLE GEOMETRIC PARAMETERS AND DYNAMIC CHARACTERISTICS

The paper considers a method for developing a formula that allows one to determine the relationship between the geometric and kinematic parameters of a double-wishbone suspension of a car on its roll angle when cornering. The method for determining the formula is described in detail. Test verification models were built in the computer-aided design system to verify the results obtained. For the first time, mathematical dependencies were derived to determine the change in the roll angles of the car depending on the geometric parameters of the suspension, and the basic parameters of the car's movement. Calculations of the dependencies between the coordinates of the points of attachment of the suspension arms to the frame and the steering knuckle, respectively, on the roll angle of the car in the corner have been performed.

Keywords: *double wishbone suspension, roll center, vehicle dynamics, racecar***.**

Л. В. Коломиец, д.т.н., **В. В. Хамрай, А. М. Лимаренко,** к.т.н., **А. Ю. Бажанова** к.т.н., **А. А. Пономаренко**

РАЗРАБОТКА РАСЧЕТНОЙ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ГЕОМЕТРИЧЕСКИМИ ПАРАМЕТРАМИ ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА И ДИНАМИЧЕСКИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

В работе рассмотрен метод разработки формулы, позволяющей определить зависимость геометрических и кинематических параметров двухрычажной подвески автомобиля от угла ее крена при прохождении поворотов. Подробно описан способ определения формулы. В системе автоматизированного проектирования были построены тестовые проверочные модели для проверки полученных результатов.

Впервые были выведены математические зависимости, позволяющие определять изменение углов крена автомобиля в зависимости геометрических параметров подвески, и базовых параметров движения автомобиля. Выполнены расчеты зависимостей между координатами точек крепления рычагов подвески к раме и поворотного кулака соответственно от угла крена автомобиля в повороте.

Ключевые слова: *двухрычажная подвеска, центр крена, динамика автомобиля, гоночный автомобиль***.**

Л. В. Коломієць, д.т.н., **В. В. Хамрай, О. М. Лимаренко,** к.т.н., **А. Ю. Бажанова,** к.т.н., **А. А. Пономаренко**

РОЗРОБКА РОЗРАХУНКОВОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ МІЖ ГЕОМЕТРИЧНИМИ ПАРАМЕТРАМИ ТРАНСПОРТНОГО ЗАСОБУ ТА ДИНАМІЧНИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

У статті проаналізовано кінематичні параметри двоважільної підвіски гоночного автомобіля. Проведено аналіз параметра «Центр крену» та його вплив на рух автомобіля. Детально розглянуті рішення що застосовуються в міжнародному студентському проекті «Формула студент» (або Formula SAE). Розглянуті основні тенденції математичного моделювання шасі автомобілів як гоночних так і звичайних дорожніх транспортних засобів. Проведено кінематичний аналіз процесу руху автомобіля в повороті, визначено ключові характеристики автомобіля та основні дані руху автомобіля на гоночній трасі, включаючи рух прямої, рух у повороті, а також процеси прискорення та уповільнення. Визначено та оптимізовано двомірну модель двоважільної підвіски, що дозволило уточнити геометричні параметри відповідної моделі та підготувати двомірну схему для подальшого аналізу. Вперше були виведені математичні залежності, що дозволяють визначати зміну кутів крену автомобіля залежно від геометричних параметрів підвіски, та базових параметрів руху автомобіля. Покроково описано алгоритм визначення залежності. Виконано роботу з позначення точок двоважільної підвіски у двомірній площині що дозволить у майбутньому використовувати двомірні

координати. Це дозволить істотно автоматизувати розрахунок та аналіз двоважільних підвісок як гоночних так і звичайних дорожніх автомобілів. У системі автоматизованого проектування побудовано тестові перевірочні моделі для перевірки отриманих результатів. Аналіз результатів показав високу точність отриманих математичних залежностей. За отриманими математичними формулами виконані розрахунки залежностей між координатами точок кріплення важелів підвіски до рами та поворотного кулака відповідно від кута крену автомобіля у повороті. Побудовано графіки залежностей кута крену від зміни положення точки кріплення нижнього важеля у вертикальній площині, визначено залежність кута крену автомобіля від зміни швидкості.

Проведена робота що до аналізу зміни куту крену автомобіля під час зміни відповідно точок кріплення верхнього переднього, верхнього заднього важеля та відповідно нижнього переднього та нижнього заднього важеля

Ключові слова: *двоважільна підвіска, центр крену, динаміка автомобіля, гоночний автомобіль.*

DOI 10.32684/2412-5288-2021-2-19-31-37

1. Introduction.

One of the ways to model automobile structures is computer modeling or computer experiment, which is based on numerical mathematical and geometric methods [1-3].

The capabilities of such methods depend on the tasks and research conditions [1].

The numerical analysis allows one to calculate different options for the design of the studied object with various combinations of loads [4].

makes it possible to determine the dependence of the characteristics of vehicle parameters on the relative position of chassis structural elements [5].

The relevance of the research topic – the problem is determined by the insufficient perfection of methods for determining the parameters of a car during movement and its dependence on its design parameters [6-8].

2. Analysis of publications and literary sources

Analysis of literature sources shows [7, 8] that the main type of suspension for racing cars is a double-wishbone suspension. This is due to the wide range of suspension settings in racing cars, as well as the low mass relative to MacPherson suspensions.

A review of research shows that mathematical methods are used to calculate the parameters of a double wishbone suspension, as well as computer-aided design methods [9].

In the process of working with information sources, gaps in the data of design calculations for double-link suspensions became obvious, namely, about the influence of the mutual arrangement of the levers on the dynamic characteristics of the car [10]. It should be noted that the study of the movement of the car and the calculation of the suspension of the car are constantly being carried out [11-13].

Particular attention should be paid to the research FSAE cars. The main advantage of such studies is that the authors are able to quickly verify the results in practice (including car manufacturing processes) [14-16].

3. Purpose of the work

The purpose of the work is the determination and scientific basis of the mathematical-geometric dependence of the location of the suspension attachment points on the roll angle of the car in the turn.

4. Main purpose of the article

At the heart of the study of the parameters of a two-link suspension is the goal to derive the dependence of the mutual arrangement of the suspension arms on the dynamic characteristics of the car, namely the roll angle of the car in a turn.

Thanks to this dependence, it is possible to calculate the roll angle of the car in a corner even at the design stage.

The problem is solved by mathematical and geometric modeling of the car during movement along the radius of the expected turn.

During the passage of the car through the corner, a redistribution of masses occurs, the result of which is a lateral roll. The roll angle depends on two components – the stiffness of the spring, and the design of the suspension (Fig. 1). The hinge RC is the roll center, which is determined geometrically (Fig. 2) depending on the location of the suspension arms and the contact patch point of the wheel.

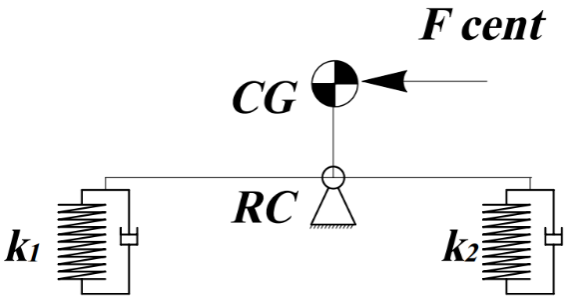

Figure 1 – Two-dimensional dynamic suspension layout

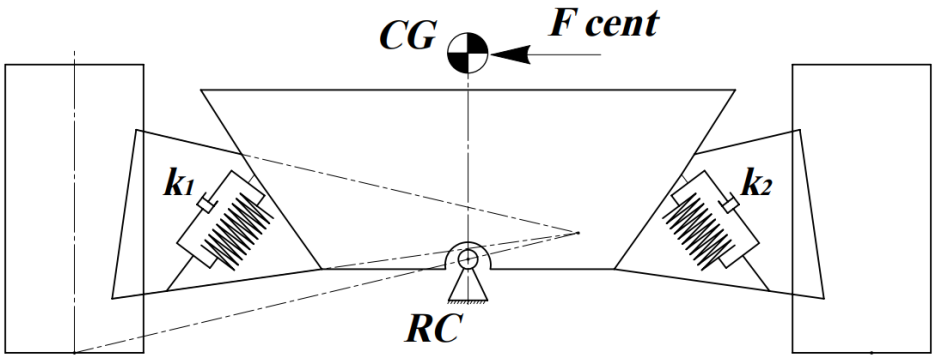

Figure 2 – Two-dimensional kinematic diagram of the suspension

During cornering, centrifugal force starts to reach the center of mass point F_{cent}

$$F_{cent} = m \cdot \frac{V^2}{R}$$

where m is the mass of the car;

V is the speed of the car in the corner;

R is the turning radius.

The equivalent circuit of a car in a corner is as follows (Fig. 3)

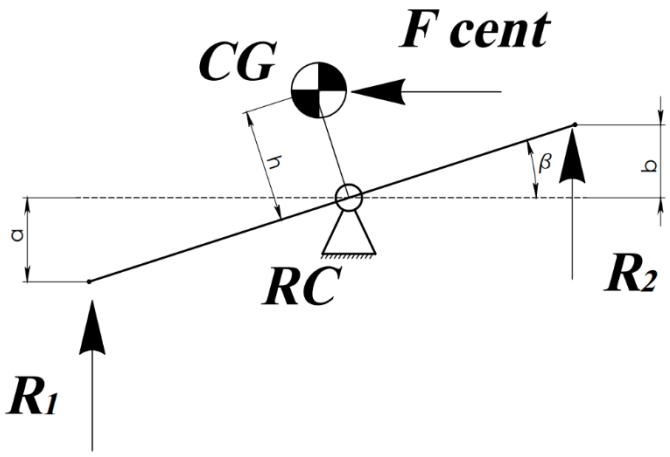

Figure 3 – Vehicle braking process

Based on the diagram in Fig. 3, one can compose an equilibrium equation

$$Fr = kx = R_1$$

where R_1 is the force coming to the damping element;

x is the relative extension of the damping element;

k is the coefficient of elasticity of the shock absorber of the car.

In this case, the parameter of the spring elongation will be equal to the parameters a and b, respectively

$$R_1 = k_1 a,$$
$$R_2 = k_2 b$$

where k_1 is the coefficient of elasticity of the left shock absorber;

k_2 is the coefficient of elasticity of the right shock absorber;

a is movement of the left shock absorber;

b is movement of the right shock absorber.

Then the equilibrium equation will look like this

$$\sin\beta = \frac{F_{cent} \cdot C(H)}{k_1 \cdot 2a + k_2 \cdot 2b}$$

where β is the vehicle roll angle;

$C(H)$ is the distance between the center of mass and the roll center of the vehicle (CG-RC) in Fig. 3, and CG-J in Fig. 4.

From the above derived formula, it follows that the angle of the longitudinal roll of the vehicle during braking will depend on the parameter *C(H)*, that is, on the distance between the center of gravity and roll center (*RC* in Fig. 3) (or J in Fig. 4).

The determination of the instantaneous center of mass can be done graphically, but in this case, it becomes impossible to integrate the method into automated computation systems.

In Fig. 4, the letters A and D indicate the attachment points of the levers to the steering knuckle. Letters B and C are the points of attachment of levers to the car frame. The section PO is equal to half the track of the car. Segment CG-O is the height of the center of mass of the vehicle. It is necessary to determine the relationship between the geometric parameters of the attachment of the levers and the segment GJ.

To determine the segment CG J, sequential geometric calculations are performed (Fig. 4).

$$C(H) = CGJ = GO - JO,$$

$$JO = \tan\angle JPO \cdot PO,$$

$$\tan\angle JPO = \tan\left(\angle OPD - \angle DPN\right),$$

$$\sin\angle DPN = \frac{DN \cdot \sin\angle PDN}{PN},$$

$$DN = \frac{AD \cdot \sin\angle DAB}{\sin\angle DNA}.$$

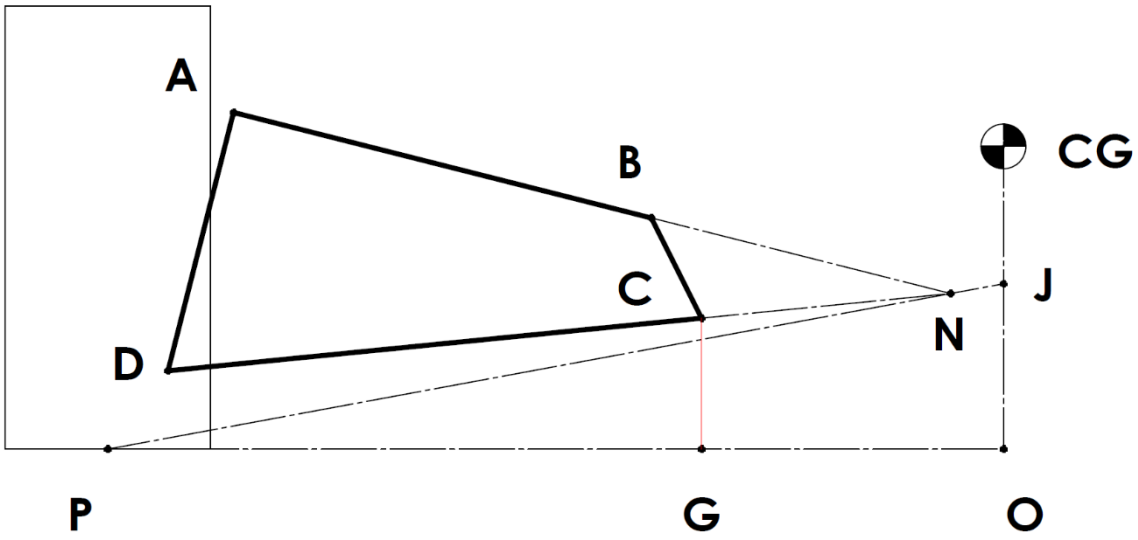

Figure 4 – Suspension geometry

$$DN = \frac{AD \cdot \sin\angle DAB}{\sin(180° - (\angle DAB + \angle ADC)},$$

$$PN = \sqrt{DN^2 + PD^2 - 2\left(DN \cdot PD\right) \cdot \cos\angle PDN},$$

$$\sin\angle PDN\left(PDC\right) = \pm\sqrt{1 - \left(\frac{PD^2 + DC^2 - PC^2}{2 \cdot PD \cdot DC}\right)^2},$$

$$PC = \sqrt{PG^2 + GC^2},$$

$$\angle OPD = \angle DPC + \angle CPG,$$

$$\sin\angle CPG = \frac{CG}{PC},$$

$$\sin\angle DPC = \frac{DC \cdot \sin\angle PDC}{PC},$$

$$PC^2 = DC^2 + DP^2 - 2 \cdot DP \cdot DC \cdot \cos\angle PDC.$$

5. Results

In the course of creating a mathematical-geometric model, the formula was derived

$$CGJ = GO - \left(PO \cdot tg \left(\frac{\angle OPD - \left((AD \sin \angle DAB) / \left(\sin(180° - \angle ADC) \right) \cdot \left(\pm \sqrt{1 - \left(\frac{PD^2 + DC^2 - \left(PG^2 + GC^2 \right)}{2 \cdot PD \cdot DC} \right)^2} \right) \right)}{\sqrt{\left(\frac{AD \cdot \sin \angle DAB}{\sin(180° - \angle ADC)} \right)^2 + PD^2 - 2(DN \cdot PD) \cdot \frac{PD^2 + DC^2 - \left(\sqrt{PG^2 + GC^2} \right)}{2 \cdot PD \cdot DC}}} \right) \right)$$

where

$$\angle OPD = \left(\frac{DC \cdot \sin \angle PDC}{PC} \right) + \left(\frac{CG^2}{DC^2 + DP^2 - 2 \cdot DP \cdot DC \cdot \cos \angle PDC} \right).$$

Substituting the resulting formula into the dependence of the roll angle on the kinematic and dynamic parameters, the formula is as follows

$$\sin \beta = \frac{m \frac{V^2}{R} \cdot CGJ}{k_1 \cdot 2a + k_2 \cdot 2b}.$$

The resulting formula allows you to analyze the dependence of the suspension attachment points and the car's roll angle in a turn.

You can receive data such as:

- Dependence of the roll angle on the change in the position of the attachment point of the lower arm in the vertical plane (Fig. 5). Where the range of 67-88 mm at the speed of 30 m/s, turn radius 60 m.

- Dependence of the vehicle roll angle on the speedchange (in the range from 1 to 22 m/s), and many other graphic dependencies (Fig. 6).

This data allows you to optimize the process of developing racecar suspension.

Conclusions

1. Methods for determining the roll center of a car with a double wishbone suspension are determined.

2. Dependences of the roll angle on the vehicle speed, turning radius, coefficient of spring stiffness, and its mass are determined.

3. The process of deriving a formula is shown in detail, which allows to show the relationship between the geometrical parameters of the suspension and the roll angle of the car in a corner.

4. Derived the final formula of the mathematical-geometric model of a car with a double wishbone suspension

5. The graphs of the dependences of the roll angle of the car on the geometric and physical parameters have been built.

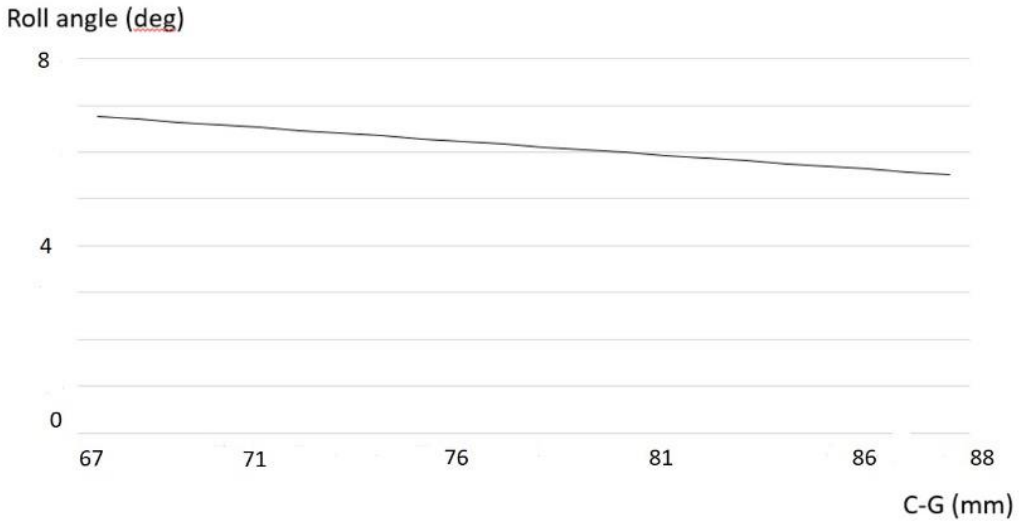

Figure 5 – Dependence of the roll angle on the change in the position of the attachment point of the lower arm in the vertical plane in the range of 65-170 mm at a speed of 30 m/s

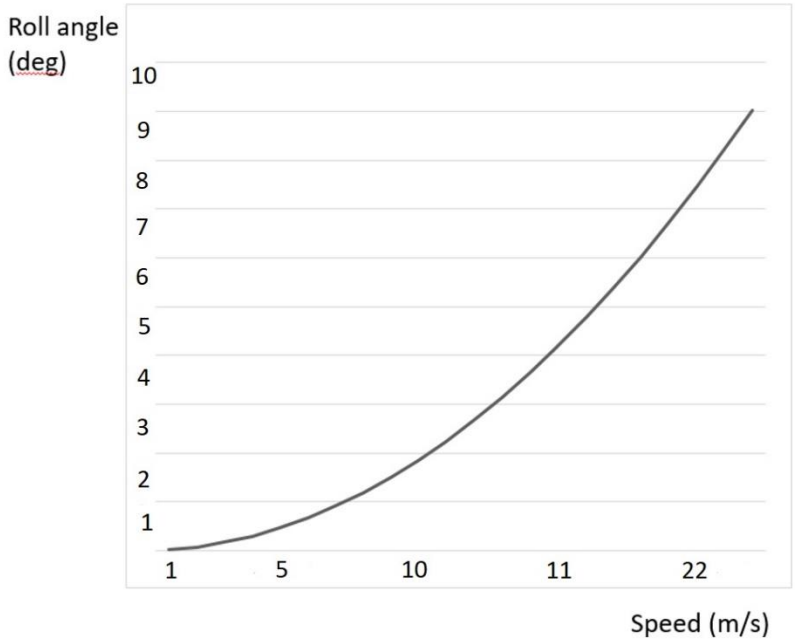

Figure 6 – Dependence of the vehicle roll angle on the speed change (in the range from 1 to 22 m/s)

References

1. Bazhenov V.A., Dashchenko A. F., Kolomiets L. V., Orobei V. F. Budivelna mekhanika. Spetsialnyi kurs. Zastosuvannia MHE. Odesa: Astroprynt, 2001. 288 s.

2. Prochnost', ustojchivost', kolebaniya. Spravochnik v 3-x tomax. Tom 3. Pod red. I. A. Birgera i Ya. G. Panovno. M.: Mashinostroenie, 1968. 567 s.

3. Aleksandrov A. V., Lashhenikov B. Ya., Shaposhnikov N. N. Stroitel'naya mexanika. Tonkostennye prostranstvennye sistemy. 1983, 488 s.

4. Maslennikov A. M. Raschet stroitel'nyx konstrukcij chislennymi metodami. L.: Izd-vo LGU, 1987. 225 s.

5. Orobej V., Kolomiets L., Limarenko A. Boundary element method in problem of plate elements bending of engineering structures. *Metallurgical and Mining Industry*. 2015. № 4. P. 295-302.

6. Kolomiets L., Orobey V., Lymarenko A. Method of boundary element in problems of stability of plane bending beams of rectangular cross section structures. *Metallurgical and Mining Industry*. 2016. № 3. P. 59-65.

7. Theander A. Design of a Suspension for a Formula Student Race Car. 2004.

8. William F. Milliken, Douglas L. Milliken. Race car vehicle dynamics. 1995.

9. Limarenko A. M., Khamray V. V., Dashchenko A. A. The methodology for calculating the steering using Solidworks software module. Materials of the international scientific-practical conference *"Modern research and development"*, Bolgaria, Sofia 2015. Tom 16. P. 11-13.

10. Limarenko A. M., Khamray V. V., Druzhynin A. A. The optimization of car engine piston-rod by numerical method. *Bulletin of Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture.* 2015, no. 60, 440-443.

11. Mihon L., Lontiș N., Deac S. The behaviour of a vehicle's suspension system on dynamic testing conditions. *International Conference on Applied Sciences (ICAS2017)*, IOP Publishing, IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 294 (2018) 012083 https://doi.org/10.1088/1757-899X/294/1/012083.

12. Faisal O. Mahroogi & Narayan S. Design and Analysis of Double Wishbone Suspension Systems for Automotive Applications. *International Journal of Mechanical and Production Engineering Research and Development (IJMPERD)*. Vol. 9, Issue 4, Aug 2019, 1433–1442.

13. Vignesh B. S., Sufiyan Ahmed, Chandan V., Prashant Kumar Shrivastava. Double Wishbone Suspension System; A Research International Journal of Recent Technology and Engineering (IJRTE). Volume 8, Issue 2, July 2019, 5033-5037. https://doi.org/10.35940/ijrte.B1084.078219.

14. Li Sun, Zhao Deng, Qing Zhang. Design and Strength Analysis of FSAE Suspension. *The Open Mechanical Engineering Journal*, 2014, 8(1), 414-418.
https://doi.org/10.2174/1874155X01408010414.

15. Abhishek Mahesh Sharma, Sidhant Konwar Roy, Anantha Krishnan, Nivedh Das Thaikoothattil. Structural analysis of bellcrank in a pullrod suspension system in an FSAE prototype. *Journal of University of Shanghai for Science and Technology*. Volume 23, Issue 10, October 2021, 236-246.

16. Wheatley Greg. On the design of racing car

suspension. *International Journal on Interactive Design and Manufacturing (IJIDeM)*. September 2020, 14(3), 1003-1013. https://doi.org/10.1007/s12008-020-00668-7.

Список використаних джерел

1. Баженов В.А., Дащенко А. Ф., Коломієць Л. В., Оробей В. Ф. Будівельна механіка. Спеціальний курс. Застосування МГЕ. Одеса: Астропринт, 2001. 288 с.

2. Прочность, устойчивость, колебания. Справочник в 3-х томах. Том 3. Под ред. И. А. Биргера и Я. Г. Пановно. М.: Машиностроение, 1968. 567 с.

3. Александров А. В., Лащеников Б. Я., Шапошников Н. Н. Строительная механика. Тонкостенные пространственные системы. 1983, 488 с.

4. Масленников А. М. Расчет строительных конструкций численными методами. Л.: Изд-во ЛГУ, 1987. 225 с.

5. Orobej V., Kolomiets L., Limarenko A. Boundary element method in problem of plate elements bending of engineering structures. *Metallurgical and Mining Industry*. 2015. № 4. P. 295-302.

6. Kolomiets L., Orobey V., Lymarenko A. Method of boundary element in problems of stability of plane bending beams of rectangular cross section structures. Metallurgical and Mining Industry. 2016. № 3. P. 59-65.

7. Theander A. Design of a Suspension for a Formula Student Race Car. 2004.

8. William F. Milliken, Douglas L. Milliken. Race car vehicle dynamics. 1995.

9. Limarenko A. M., Khamray V. V., Dashchenko A. A. The methodology for calculating the steering using Solidworks software module. Materials of the international scientific-practical conference *"Modern research and development"*, Bolgaria, Sofia 2015. Tom 16. P. 11-13.

10. Limarenko A. M., Khamray V. V., Druzhynin A. A. The optimization of car engine piston-rod by numerical method. *Bulletin of Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture.* 2015, no. 60, 440-443.

11. Mihon L., Lontiș N., Deac S. The behaviour of a vehicle's suspension system on dynamic testing conditions. *International Conference on Applied Sciences (ICAS2017)*, IOP Publishing, IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 294 (2018) 012083 https://doi.org/10.1088/1757-899X/294/1/012083.

12. Faisal O. Mahroogi & Narayan S. Design and Analysis of Double Wishbone Suspension Systems for Automotive Applications. *International Journal of Mechanical and Production Engineering Research and Development (IJMPERD)*. Vol. 9, Issue 4, Aug 2019, 1433–1442.

13. Vignesh B. S., Sufiyan Ahmed, Chandan V., Prashant Kumar Shrivastava. Double Wishbone Suspension System; A Research International. *Journal of Recent Technology and Engineering (IJRTE)*. Volume 8, Issue 2, July 2019, 5033-5037. https://doi.org/10.35940/ijrte.B1084.078219.

14. Sun Li, Deng Zhao, Zhang Qing. Design and Strength Analysis of FSAE Suspension. *The Open Mechanical Engineering Journal*, 2014, 8, 414-418.
https://doi.org/10.2174/1874155X01408010414.

15. Abhishek Mahesh Sharma, Sidhant Konwar Roy, Anantha Krishnan, Nivedh Das Thaikoothattil. Structural analysis of bellcrank in a pullrod suspension system in an FSAE prototype. *Journal of University of Shanghai for Science and Technology.* Volume 23, Issue 10, October 2021, 236-246.

16. Wheatley Greg. On the design of racing car suspension. *International Journal on Interactive Design and Manufacturing (IJIDeM)*. September 2020, 14(3), pp. 1003-1013. https://doi.org/10.1007/s12008-020-00668-7.

Надійшла до редакції 10.06.2021

УДК 621.317

Д. П. Орнатський, д.т.н., **Д. М. Квашук,** к.е.н., **М. О. Катаєва,** к.т.н.

Національний авіаційний університет, м. Київ

МЕТОДИ ВИМІРЮВАННЯ РОБОЧИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЕЛЕКТРОГЕНЕРАТОРІВ

У статті вивчається залежність обертального моменту електрогенераторів та їх вихідних параметрів. На основі досліджень запропоновано метод вимірювання обертального моменту з використанням індуктивного сенсора, що дозволяє покращити метрологічні характеристики вимірювального каналу шляхом підвищення чутливості вимірювання. Таке підвищення досягається за рахунок того, що на котушки, які змінюють свою індуктивність під дією торсіонного навантаження на вал електродвигуна, не впливають електромагнітні перешкоди, що створюються електрогенератором під час роботи. Для обробки результатів вимірювань та дослідження похибок, використовував-