Л. В. Коломієць¹, д.т.н., В. Ф. Оробей², д.т.н., О. М. Лимаренко², к.т.н., О. М. Яцинюк¹¹Одеська державна академія технічного регулювання та якості, м. Одеса²Одеський національний політехнічний університет, м. ОдесаДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ НИЖНЬОЇ ЩЕЛЕПИ
МЕТОДОМ ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ

В роботі розглядається рухома частина скелету людини – нижня щелепа. Досліджується методика формування розрахункової схеми нижньої щелепи як просторової рамної конструкції. Для рами враховуються такі види опору як згин, кручення, зсув, та розтяг-стиск. Слід зауважити, що останніми видами опору зазвичай нехтують. В роботі схематично показано жувальне навантаження і контакт верхньої та нижньої щелепи у вигляді шарнірно-рухомої опори. Для визначення параметрів внутрішніх силових факторів, напружень і деформацій нижньої щелепи як просторової рами уперше застосовано чисельно-аналітичний варіант методу граничних елементів, а також відомі залежності механіки деформованого твердого тіла. В статті враховані лінійні розміри нижньої щелепи, схематично відображені місця прикладення зовнішнього навантаження, враховані граничні умови. Для застосування чисельно-аналітичного варіанту методу граничних елементів (ЧА МГЕ) складено рівняння спільності лінійних і кутових переміщень, а також рівняння рівноваги вузлів для поперечних сил, згинальних моментів і крутних моментів.

Ключові слова: метод граничних елементів, рама, комп'ютерне моделювання, алгоритм, напружено-деформований стан, щелепа.

Л. В. Коломиец, д.т.н., В. Ф. Оробей, д.т.н., А. М. Лимаренко, к.т.н., О. М. Яцинюк

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ НИЖНЕЙ
ЧЕЛЮСТИ МЕТОДОМ ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В работе рассматривается подвижная часть скелета человека - нижняя челюсть. Исследуется методика формирования расчетной схемы нижней челюсти как пространственной рамной конструкции. Для рамы учитываются такие виды сопротивления как изгиб, кручение, сдвиг, и растяжение-сжатие. Следует отметить, что последними видами сопротивления обычно пренебрегают. В работе схематически показана жевательная нагрузка и контакт верхней и нижней челюсти в виде шарнирно-подвижной опоры. Для определения параметров внутренних силовых факторов, напряжений и деформаций нижней челюсти как пространственной рамы впервые применен численно-аналитический вариант метода граничных элементов, а также известные зависимости механики деформируемого твердого тела. В статье учтены линейные размеры нижней челюсти, схематично отражены места прикладывания внешней нагрузки, учтены граничные условия. Для применения численно-аналитического варианта метода граничных элементов (ЧА МГЭ) составлены уравнения совместности линейных и угловых перемещений, а также уравнения равновесия узлов для поперечных сил, изгибающих моментов и крутящих моментов.

Ключевые слова: метод граничных элементов, рама, компьютерное моделирование, алгоритм, напряженно-деформированное состояние, челюсть.

L. V. Kolomiets, DSc, V. F. Orobey, DSc, O. M. Lymarenko, PhD, O. M. Yatsyniuk

RESEARCH OF THE STRESSED-DEFORMED STATE OF THE LOWER JAW BOUNDARY
ELEMENT METHOD

The work considers the movable part of the human skeleton - the lower jaw. The article takes into account that a person chews food many times a day. Determination of internal force factors, stresses and deformations is one of the main tasks of scientific research in orthopedics and maxillofacial surgery.

The study examined the methodology for the formation of the design scheme of the lower jaw as a spatial frame structure. For the frame, such types of resistance as bending, torsion, shear, and tension-compression are taken into account. It should be noted that the latter types of resistance are usually neglect-

ed. The work shows schematically the chewing load and the contact of the upper and lower jaw in the form of a pivotally movable support.

To determine the parameters of internal force factors, stresses, and deformations of the tender jaw as a spatial frame, a numerical-analytical version of the boundary element method was used for the first time, as well as the well-known dependences of the mechanics of a deformable solid.

The article takes into account the linear dimensions of the lower jaw, the places of applying an external load are schematically reflected, and the boundary conditions are taken into account. When applying the numerical calculation method, the model takes into account the overall dimensions of the cross-sections of the jaw and the mechanical characteristics of the bone.

To apply the numerical-analytical version of the boundary element method (CA MBE), the equation of compatibility of linear and angular displacements, the equilibrium equation of the nodes for the transverse forces, bending and torques are compiled. The state vector of the skin area of the spatial frame is compiled according to the algorithm of the CA MBE.

As a result of the calculation, the values of the deflections, bending moments and rotation angles are obtained. The CAE program implementing the CA MBE is designed so that it is possible to display on a computer monitor diagrams both for the entire frame and for individual nodes selected by the user.

Keywords: boundary element method, computer modeling, algorithm, stress-strain state, jaw. clean row.

DOI 10.32684/2412-5288-2019-2-15-31-36

Вступ

Чималу роль в біомеханіці набувають питання підвищення точності розрахунків біосистем і зниження матеріаломісткості.

Вирішення цих завдань пов'язане з удосконаленням розрахункових схем і методів визначення напружено-деформованого стану біосистем. Сучасний стан обчислювальної техніки дозволяє практично вирішувати широке коло інженерних і наукових питань.

Головним чином при визначенні напружень та деформацій біосистем використовують спрощені розрахункові схеми.

В даний час все більш широке розповсюдження в розрахунковій практиці набувають чисельні методи. Застосування цих методів особливо ефективно для конструкцій зі складною геометрією і складних граничних умовах.

В основі чисельних методів лежать дискретні розрахункові схеми. Одним з найбільш поширених чисельних методів на сьогодні є метод скінченних елементів (МСЕ), який передбачає явну апроксимацію рішення на малих підобластях – скінченних елементах.

Аналіз публікацій

У відомих джерелах [1-4] розглядається тільки процес відкушування їжі на прикладі важеля другого роду (рис. 1). Відмітимо, що в роботі [2] при дії просторового навантаження розглядається лише один зуб і не досліджується інші ділянки щелепи.

В процесі відкушування нижню щелепу можна представити у вигляді симетричної рами (рис. 2).

Рисунок 1 – Схематизація важеля другого роду [4]

Схема нижньої щелепи у вигляді просторової рами, що представлена на рис. 2 [4], є механізмом, тобто вона може вільно обертатися навколо шарніра, до виникнення будь-якого обмеження. В даному випадку обмежувачем руху може бути будь-який зуб-антагоніст, який вступає в контакт з даним зубом безпосередньо, або через харчову грудку [4]. Зауважимо, що в роботі [4] застосовані відомі інженерні методи розрахунку просторових рам без залучення сучасних інструментів САПР та чисельних методів дослідження. В роботі [5] увагу приділено просторовому навантаженню і не розвиваються питання геометрії моделі зубощелепної системи. На відміну від роботи [5], більш доцільно в якості зовнішньої сили приймати величину жуваального навантаження F , функціями від якого будуть і реакції в опорах і внутрішні силові фактори в перерізах щелепи.

В дослідженнях [6, 7] розглянуті теоретичні питання розрахунків типових конструкції без співставлення з реальними ортопедичними

об'єктами. В роботах [8-10] розглянуті рамні конструкції з застосуванням чисельно-аналітичного методу граничних елементів, але тільки як двовірні об'єкти із спрощеним врахуванням внутрішніх силових факторів, що не може відображати реальний напружено деформований стан нижньої щелепи.

Рисунок 2 – Схема щелепи як просторової рами

Застосувати сучасний чисельний метод дослідження для моделювання і розрахунку нижньої щелепи. Врахувати в розрахунковій схемі геометрію об'єкта дослідження. Скласти матриці чисельно-аналітичного варіанту методу граничних елементів для нижньої щелепи як для просторової рами. Врахувати в розрахунках всі внутрішні силові фактори що виникають просторовій конструкції.

Основна частина

Суглобова головка щелепи є класичним шарніром, як по анатомії, так і за особливостями «роботи». До контакту з зубом-антагоністом нижньої щелепи може розглядатися як найпростіший механізм важеля. При наявності обмеження руху в зоні різців – це рама, шарнірно спирається в двох точках: в зоні суглобової головки і в

зоні різців, що схематично відображено на рис. 2 у вигляді нерухомого і рухомого шарнірів.

Для аналізу напружено-деформованого стану в нижній щелепі розглянемо її як просторову раму, а розрахунок проведемо чисельно-аналітичним варіантом методу граничних елементів.

Елементи просторових рам відчують вигин, крутіння, зсув і розтягування-стискування (рис. 2). Врахуємо останні два види опору, якими зазвичай нехтують, тому рівняння МГЕ одного стержня для просторового випадку буде містити 8 рівнянь. Розглянемо найпростіший приклад.

1. Рама розбивається на п'ять стержнів. Але, з огляду на симетрію навантаження і розрахункової схеми, уявімо раму двома стрижнями.

2. Формуємо матриці МГЕ. Рівняння рівноваги і спільності переміщень параметрів згину і крутіння для вузла 1 (рис. 3) представлені в матриці Y (вісь ОУ стержнів направлена «вверх»).

Рисунок 3 – Поперечна сила у вузлі 1

X_*	1	$EIV_{(0)}^{0-1}=0; EIV_{(\ell)}^{1-2}$	Y	1	$EIV_{(\ell)}^{0-1} = EIV_{(0)}^{1-2}$	B	1	
	2	$EI\Phi_{(0)}^{0-1}=0; M_{(\ell)}^{1-2}$		2	$EI\Phi_{(\ell)}^{0-1} = EI\theta_{(0)}^{1-2}$		2	
	3	$M_{(0)}^{0-1}$		3	$M_{(\ell)}^{0-1} = M_{kp(0)}^{1-2}$		3	
	4	$Q_{(0)}^{0-1}$		4	$Q_{(\ell)}^{0-1} = Q_{(0)}^{1-2}$		4	
	5	$GI_k\theta_{(0)}^{0-1}=0; GI_k\theta_{(\ell)}^{1-2}$		5	$GI_k\theta_{(\ell)}^{0-1} = -GI_k\Phi_{(0)}^{1-2}$		5	
	6	$M_{kp(0)}^{0-1}$		6	$M_{kp(\ell)}^{0-1} = -M_{(0)}^{1-2}$		6	
	7	$EIV_{(0)}^{1-2}$		7	$EIV_{(\ell)}^{1-2}$		7	-1/24
	8	$EI\Phi_{(0)}^{1-2}$		8	$EI\Phi_{(\ell)}^{1-2} = 0$		8	-1/6
	9	$M_{(0)}^{1-2}$		9	$M_{(\ell)}^{1-2}$		9	-1/2
	10	$Q_{(0)}^{1-2}$		10	$Q_{(\ell)}^{1-2} = 0$		10	-1
	11	$GI_k\theta_{(0)}^{1-2}$		11	$GI_k\theta_{(\ell)}^{1-2}$		11	

Для виключення символів у вигляді літер і система рівнянь МГЕ для рами приймають вигляд: приймаємо, що $q = l = 1$. Топологічна матриця C

$$C =$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1							-1					
2											-1,3	
3												-1
4										-1		
5								1/1,3				
6									1			
7	-1											
8												
9		-1										
10												
11						-1						
12												

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12			
1			1/2	1/6			-1						$EIV_{(\ell)}^{1-2}$		7
2			1	1/2							-1,3		$M_{(\ell)}^{1-2}$		11
3			1	1								-1	$M_{(0)}^{0-1}$		3
4				1						-1			$Q_{(0)}^{0-1}$		4
5						1		1/1,3					$GI_k \theta_{(\ell)}^{1-2}$		8
6						1			1				$M_{kp(0)}^{0-1}$	=	6
7	-1						1	1	1/2	1/6			$EIV_{(0)}^{1-2}$	1/24	1
8								1	1	1/2			$EIV_{(0)}^{1-2}$	1/6	9
9		-1							1	1			$M_{(0)}^{1-2}$	1/2	2
10										1			$Q_{(0)}^{1-2}$	1	10
11						-1					1	1	$GI_k \theta_{(0)}^{1-2}$		5
12												1	$M_{kp(0)}^{1-2}$		12

3. Переставляючи рядки, як показано цифрами праворуч, і застосовуючи метод Гауса, отримуємо значення граничних параметрів:

$$EIV_{(0)}^{1-2} = -0,3333q\ell^4; \quad EIV_{(0)}^{1-2} = -0,1884q\ell^3;$$

$$M_{(0)}^{1-2} = -0,1449q\ell^2; \quad Q_{(0)}^{1-2} = q\ell;$$

$$EIV_{(\ell)}^{1-2} = -0,4692q\ell^4; \quad M_{(\ell)}^{1-2} = 0,3550q\ell^2;$$

$$GI_k \theta_{(0)}^{1-2} = -0,3846q\ell^3; \quad M_{kp(0)}^{1-2} = 0,0.$$

$$M_{(0)}^{0-1} = -q\ell^2; \quad Q_{(0)}^{0-1} = q\ell;$$

$$GI_k \theta_{(\ell)}^{1-2} = -0,3846q\ell^3; \quad M_{kp(0)}^{0-1} = 0,1449q\ell^2;$$

Значення моменту $M_{(\ell)}^{1-2}$ збігається з результатом роботи [7]. Отримані методом сил значення внутрішніх силових факторів дозволя-

ють визначити M , Q , $M_{кр}$ і, завдяки їм, визначити напруження і деформації.

Висновки

1. Відпрацьована методика формування розрахункової схеми нижньої щелепи як просторової рамної конструкції.

2. Обґрунтовані граничні умови обпирання та навантаження щелепної системи.

3. Для визначення параметрів напружено-деформованого стану в просторовій рамі застосовано чисельно-аналітичний варіант методу граничних елементів.

Список використаних джерел

1. Мандзюк Т. До моделювання біомеханічних конструкцій з м'якими прошарками / Т. Мандзюк, В. Вовк // Вісник Львівського Університету. Серія прикладна математика та інформатика. – 2011. – Вип. 17. – С. 85–93.

2. Шелковников Е. Ю. Трехмерное математическое моделирование напряженно-деформированного состояния зуба и пломбы / Е. Ю. Шелковников, А. И. Кириллов, С. М. Ефремов, Т. Л. Рединова, А. А. Тимофеев, Т. Ю. Метелева // Ползуновский вестник. – 2014. – № 2. – С. 54–58.

3. Жолудев С. Е. Об одной задаче оптимизации формы в стоматологии / С. Е. Жолудев, И. Н. Кандоба // Российский журнал биомеханики. – 2017. – Т. 21, № 2. – С. 135–146. DOI: 10.15593/RZhBiomeh/2017.2.02.

4. Чуйко А. Н. О некоторых особенностях расчета нижней челюсти на прочность при функциональной нагрузке / А. Н. Чуйко, А. В. Маргвелашвили // Российский журнал биомеханики. – 2008. – Т. 13, № 2 (44). – С. 69–79.

5. Лохов В. А. Сравнительная оценка уровня функциональных нагрузений, развивающихся в эмали зубов при использовании различных типов спортивных зубных шин / В. А. Лохов, Н. Б. Асташина, Е. С. Сергеева, А. Ф. Мерзляков, А. А. Байдаров // Российский журнал биомеханики. – 2017. – Т. 21, № 2. – С. 211–217. DOI: 10.15593/RZhBiomeh/2017.2.08.

6. Stankevich A. N. The history and development prospects of the methods for solving multidimensional problems of structural mechanics. ISSN 1997-0935. – Vestnik MGSU. – 2015. – № 12. – С. 76–91.

7. Orobey V. Boundaru element metod in problems of plate elements bending of engineering structures [Text] / V. Orobey, L. Kolomiets, O. Lymarenko // Metallurgical and Mining Industry. –

2015. – 7(4). – P. 295–302.

8. Kolomiets L. V., Determination of the stressed-deformed status of the lower jaw numerous-analytical optional method of boundary elements / Kolomiets L. V., Orobey V. F., Lymarenko O. M., Lymarenko A. S. // Збірник наукових праць ОДАТРЯ. – 2019. – 1(14). – С. 33–38.

9. Маланчук В. Вивчення біомеханіки нижньої щелепи на тривимірних комп'ютерних моделях методом скінченних елементів / В. О. Маланчук, М. Г. Кришук, А. В. Копчак // Вісник стоматології. – 2009. – № 3. – С. 56–62.

10. Orobey V. Mathematical modeling of the stressed-deformed state of circular arches of specialized cranes[Text] / V. Orobey, O. Daschenko, L. Kolomiets, O. Lymarenko, Y. Ovcharov // Eastern European Journal of Enterprise Technologies. – 2017. – 5/8 (89). – P. 4–11.

References

1. Mandziuk T. Do modeliuvannia biomekhanichnykh konstrukttsii z miakymy prosharkamy / T. Mandziuk, V. Vovk // Visnyk Lvivskoho Universytetu. Seriiia prykladna matematyka ta informatyka. – 2011. – Vyp. 17. – S. 85–93.

2. Shelkovnikov E. Yu. Trexmernoe matematicheskoe modelirovanie napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya zuba i plomby / E. Yu. Shelkovnikov, A. I. Kirillov, S. M. Efremov, T. L. Redinova, A. A. Timofeev, T. Yu. Meteleva // Polzunovskij vestnik. – 2014. – № 2. – S. 54–58.

3. Zholudev S. E. Ob odnoj zadache optimizacii formy v stomatologii / S. E. Zholudev, I. N. Kandoba // Rossijskij zhurnal biomexaniki. – 2017. – Т. 21, № 2. – S. 135–146. DOI: 10.15593/RZhBiomeh/2017.2.02.

4. Chujko A. N. O nekotoryx osobennostyax rascheta nizhnej chelyusti na prochnost' pri funkcional'noj nagruzke / A. N. Chujko, A. V. Margvelashvili // Rossijskij zhurnal biomexaniki. – 2008. – Т. 13, № 2 (44). – S. 69–79.

5. Loxov V. A. Sraivnitel'naya ocenka urovnya funkcional'nyx nagruzhenij, razvivayushhixsya v e'mali zubov pri ispol'zovanii razlichnyx tipov sportivnyx zubnyx shin / V. A. Loxov, N. B. Astashina, E. S. Sergeeva, A. F. Merzlyakov, A. A. Bajdarov // Rossijskij zhurnal biomexaniki. – 2017. – Т. 21, № 2 – S. 211–217. DOI: 10.15593/RZhBiomeh/2017.2.08.

6. Stankevich A. N. Nhe history and development prospects of the methods for solving multidimensional problems of structural mechanics. ISSN 1997-0935. – Vestnik MGSU. – 2015. – № 12. – С. 76–91.

7. Orobey V. Boundaru element metod in

problems of plate elements bending of engineering structures[Text] / V. Orobey, L. Kolomiets, O. Lymarenko // Metallurgical and Mining Industry. – 2015. – 7(4). – P. 295–302.

8. Kolomiets L. V., Determination of the stressed-deformed status of the lower jaw numerous-analytical optional method of boundary elements / Kolomiets L. V., Orobey V. F., Lymarenko O. M., Lymarenko A. S. // Collection of scientific works of the Odesa State Academy of Technical Regulation of Quality. – 2019. – 1 (14). – P. 33-38.

9. Malanchuk V. Vychennia biomekhaniky

nyzhnoi shchelepy na tryvymirnykh kompiuternykh modeliakh metodom skinchennykh elementiv / V. O. Malanchuk, M. H. Kryshchuk, A. V. Kopchak // Visnyk stomatolohii. – 2009. – # 3. – S. 56–62.

10. Orobey V. Mathematical modeling of the stressed-deformed state of circular arches of specialized cranes[Text] / V. Orobey, O. Daschenko, L. Kolomiets, O. Lymarenko, Y. Ovcharov // Eastern European Journal of Enterprise Technologies. – 2017. – 5/8 (89). – P. 4–11.

Надійшла до редакції 19.11.2019.

УДК 534.111

О. А. Романов, О. М. Лимаренко, к.т.н., А. Ю. Бажанова, к.т.н.

Одеський національний політехнічний університет, м. Одеса

ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ПРИЧАЛЬНОГО КОНТЕЙНЕРНОГО ПЕРЕВАНТАЖУВАЧА ЧИСЕЛЬНИМ МЕТОДОМ

У роботі розглянуто підхід до оцінки напружено-деформованого стану підйомно-транспортної машини, що знаходиться тривалий час в експлуатації, з використанням математичного моделювання, а саме використанням методу скінченних елементів для визначення полів напружень та виявлення найбільш небезпечних зон при експлуатаційному навантаженні. Для отримання реальних навантажень, що виникають в металокопструкції крана були використані дані експерименту. На підставі отриманих результатів зроблені висновки про поточний стан металокопструкції крана і про умови можливості подальшої експлуатації його металокопструкції. Визначено небезпечні місця в металокопструкції крана, які можуть бути осередком руйнування, для подальшого проведення замірів фізичних властивостей металу та обґрунтування висновку про стан кранової металокопструкції. Модель причального контейнерного перевантажувача створювалася з використанням програмного комплексу Solid Works.

Ключові слова: метод скінченних елементів, причальний контейнерний перевантажувач, комп'ютерне моделювання, алгоритм, напружено-деформований стан.

А. А. Романов, А. М. Лимаренко, к.т.н., А. Ю. Бажанова, к.т.н.

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПРИЧАЛЬНОГО КОНТЕЙНЕРНОГО ПЕРЕГРУЖАТЕЛЯ ЧИСЛЕННЫМ МЕТОДОМ

В работе рассмотрен подход к оценке напряженно-деформированного состояния подъемно-транспортной машины, которая находится длительное время в эксплуатации, с использованием математического моделирования, а именно использованием метода конечных элементов для определения полей напряжений и выявления наиболее опасных зон при эксплуатационной нагрузке. Для получения реальных нагрузок, возникающих в металлокопструкции крана, были использованы данные эксперимента. На основании полученных результатов сделаны выводы о текущем состоянии металлокопструкции крана и об условиях возможности дальнейшей эксплуатации его металлокопструкции. Определены опасные места в металлокопструкции крана, которые могут быть очагом разрушения, для дальнейшего проведения замеров физических свойств металла и обоснования заключения о состоянии крановой металлокопструкции. Модель причального контейнерного перегружателя создавалась с использованием программного комплекса Solid Works.

Ключевые слова: метод конечных элементов, причальный контейнерный перегружатель, компьютерное моделирование, алгоритм, напряженно-деформированное состояние.