

УДК 621.397:004.932

В. І. Солодка¹, О. І. Лещенко², к.т.н., М. О. Патлаєнко¹¹Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова, м. Одеса²Одеська державна академія технічного регулювання та якості, м. Одеса

ТРАНСФОРМАЦІЯ СІТКОВИХ ОБ'ЄКТІВ ЗА ДОПОМОГОЮ МАТЕМАТИЧНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ

У статті розглядається структура зміни сітки тривимірного об'єкта при впливі різних трансформацій з можливістю збереження параметрів еквідистантної сітки. Проводиться дослідження та опис тривимірного об'єкта за допомогою програми VRMesh, який дозволяє візуалізувати об'єкт, аналізувати його характеристики та проводити різноманітні трансформації.

Ключові слова: тривимірний об'єкт, афінні перетворення, трансформація об'єкта.

У цій статті показано, зміна структури сітки об'єкту при дії різних трансформацій з можливістю збереження параметрів еквідистантної сітки. У разі трансформації об'єкту сітка може змінювати свої параметри і властивості, у разі математичних – афінних перетворень, які передбачають під собою поворот, кручення, обертання, масштабування і так далі. Трансформація, сітками може бути, згущування і розрядка вершин об'єкту, що веде до нерівномірного кроку дискретизації сітки або області в сітковій структурі. Усі перетворення, можливо, виконувати довільно або з точно заданими параметрами.

Рішення задачі трансформації зводиться до знаходження коефіцієнтів системи рівнянь – афінних перетворень. Властивості афінних перетворень показують, що пряма переходить в пряму; якщо розмірність простору $n \geq 2$, те будь-яке перетворення простору, який переводить прямі в прямі, є афінним. Це визначення

використовується в аксіоматичній побудові афінній геометрії; афінні перетворення утворюють групу відносно композиції; будь-які три точки, що не лежать на одній прямій і їх образи відповідно, однозначно задають афінне перетворення площини.

Сформульована властивість очевидна для діаметрів сфери (рис. 1, а). Нехай АВ, CD, EF – три взаємно перпендикулярних діаметру сфери. Виконаємо стискування простору з коефіцієнтом $0 < \lambda_1 \leq 1$ до площини, що проходить через прямі CD і EF. При цьому відрізок АВ перетвориться в діаметр А'В' еліпсоїда, а діаметри CD і EF залишаться без змін (рис. 1, б). Якщо виконати друге стискування з коефіцієнтом $0 < \lambda_2 \leq 1$ до площини (рис. 1, в), що проходить через діаметри А'В' і CD, то діаметр EF перетвориться в діаметр Е''F'', а діаметри А'В' і CD залишаться без змін. В результаті отримаємо три взаємно перпендикулярних діаметру А'В', CD і Е''F'' еліпсоїда [2].

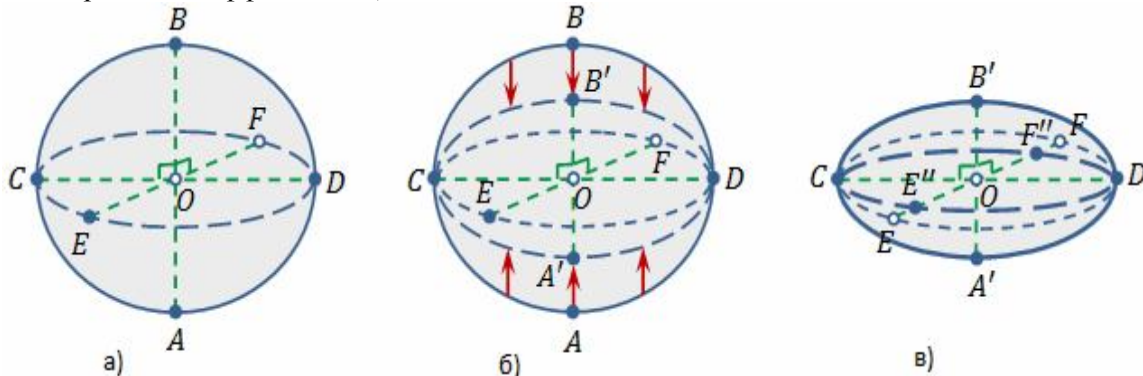


Рисунок 1 – Деформація сфери

Відомо, що сіткові об'єкти будуються за допомогою прямих і ітераційних методів. При аналізі існуючих методів були відображені недоліки – ресурсоемкість, повільна швидкість роботи і менша надійність, які дали можливість

розробити новий метод побудови об'єкту на еквідистантній сітці [1].

Метод побудови об'єкту на еквідистантою сітці відноситься як до прямого, так і до ітераційного методів, і полягає в тому, що сітка

будується в результаті ітераційного методу на основі деякого об'єкту [4]. Метод використовується для отримання т. н. "шаблонів" сітки, який у відмінності від шаблонів з постійним кроком має перевагу при маніпуляції з об'єктом, можна обмежити число вершин згори для регулювання числа елементів шаблону і знизу для зменшення навантаження на обчислювальну техніку при мінімальній візуалізації об'єкту, внаслідок чого при розтягуванні, стискуванні, зрушення, вигину, кручення не вимагається робити повторних математичних операцій над об'єктом.

Основними перевагами еквідистантного методу є менш ресурсоємні витрати, висока точність відображення об'єкту, а так само отримання шаблону, а саме об'єкт у вигляді простих фігур (куля, паралелепіпед, циліндр), може бути побудоване на порядок швидше за об'єкт, описаний за допомогою ітераційного і прямого методів.

Для побудови шаблону сфери, необхідно зробити наступні етапи: отримання одновимірної структури що описує коло; побудова триангуляції поверхні, а саме, розбиття сфери на сітку, у вузли, яких вписуються трикутники (рис. 2).

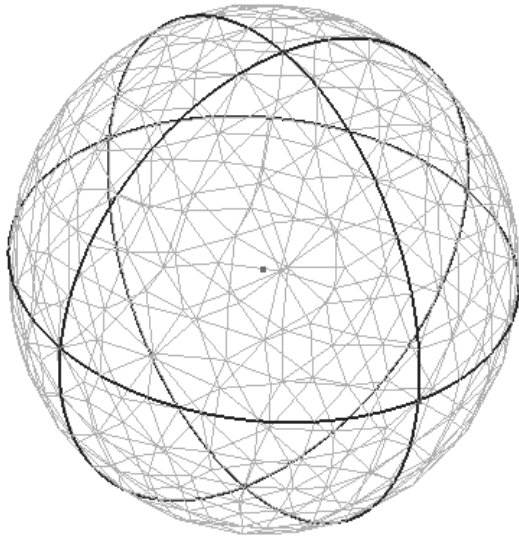


Рисунок 2 – Сфера побудована за допомогою еквідистантної сітки

Цей метод можна використати в телебаченні, медицині, комп'ютерній графіці і комп'ютерній інженерії.

Вихідний досліджуваний тривимірний об'єкт – сфера з параметрами: вершин 9802 і трикутників 19600. Початкові координати сфери є $(x_1, x_2, \dots, x_n)(y_1, y_2, \dots, y_n)(z_1, z_2, \dots, z_n)$.

Вихідний об'єкт був побудований за допомогою програми VRMesh (рис. 3), яка дозволяє візуалізувати досліджуваний об'єкт, аналізувати його характеристики, виконувати різноманітні трансформації й зміни параметрів вершин, здійснювати різні математичні операції над об'єктом і будь-якою його областю, візуалізувати отриманий об'єкт, а також проміжні стадії трансформації вигляду вершин трикутників [3].

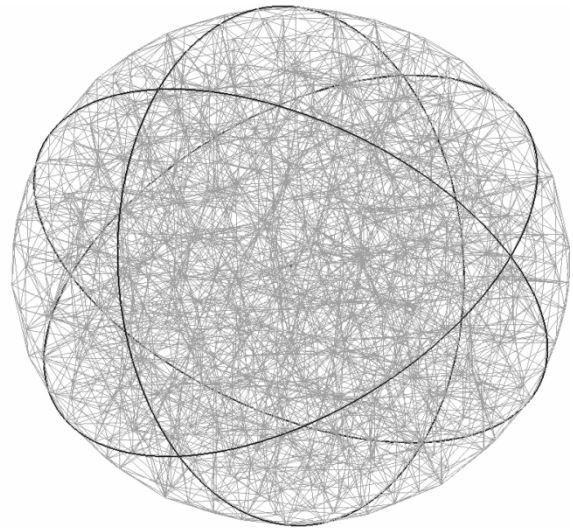


Рисунок 3 – Вихідний тривимірний об'єкт

При дії різних афінних перетворень: розтягування, стискування, кручення і так далі на об'єкт параметри еквідистантної сітки мінятимуться. Якщо область об'єкту мало деталізована, то крок дискретизації сітки збільшується, а у разі збільшення деталізації об'єкту крок сітки зменшується (рис. 4).

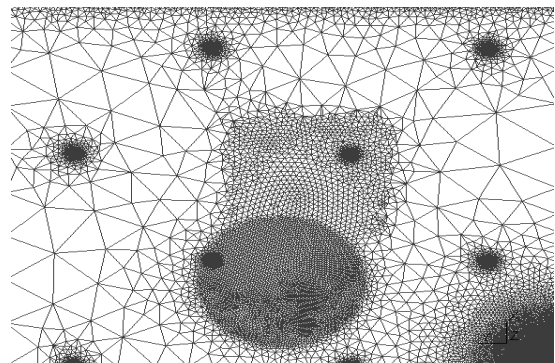


Рисунок 4 – Метод розбиття сітки з еквідистантним кроком дискретизації

Для деформації сфери використовується хвилеподібний алгоритм з коефіцієнтом згладжування $k = 50$. До хвилеподібних відноситься деформуєча геометрія типу "Хвиля"

і "Брижі". Вони використовуються для створення хвилеподібного ефекту на поверхні об'єкту, що деформується.

На рис. 5.1 – 5.6 використовується поетапне спотворення сфери типу "Брижі". Якщо на початкових трьох етапах зміни вершин змінюються лінійно, то на завершуючих етапах вершини починають поводитися хаотично, тобто

нелінійно, що і показує трансформацію об'єкту з еквідистантною сіткою.

Кінцевий етап візуалізації об'єкту з деформації типу "Брижі" (рис. 6) перетворений в полігональний вид і чітко видно масштаби спотворення окремих компонентів усього об'єкту і залежність від деформуючої дії на нього.

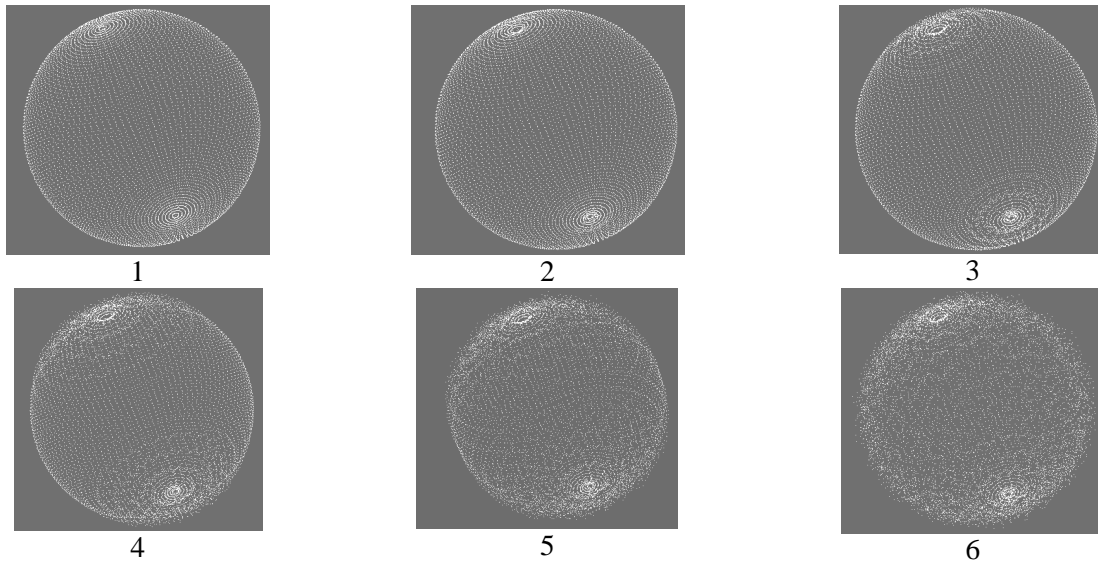


Рисунок 5 – Етапи деформації сфери

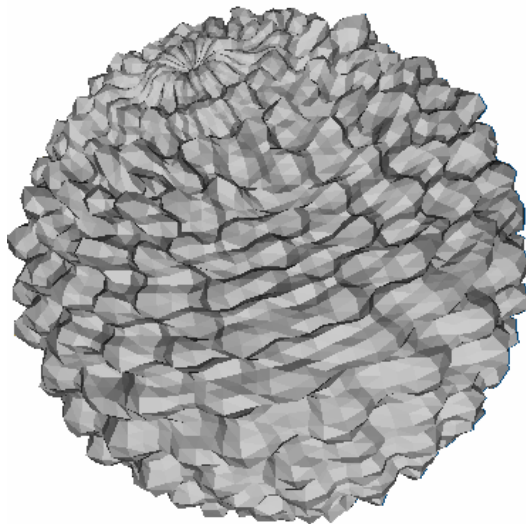


Рисунок 6 – Сфера після деформації типу "Брижі"

У висновку відмітимо, що зміна структури сітки досліджуваного об'єкту, – сфери під дією різних деформацій за допомогою афінних перетворень, – дійсно змінює параметри еквідистантної сітки.

Список використаних джерел

1. Шайдуров В.В. Многосеточные методы конечных элементов. – М: Наука, 1989. – 288 с.
2. Терстон У.П. Математика трехмерных многообразий [электронный ресурс] //В мире науки. – 1984. – № 9. – <http://www.astronet.ru/db/msg/1195055> – 09.2010.
3. Compact Representations of Simplicial Meshes In Two and Three Dimensions D.K. Blandford, G. Blelloch, D. Cardoze, C. Kadow // Proc. of 12th Intern. Meshing Roundtable, Sandia National Laboratories, sept. 2003. P.135 – 146.
4. Ошаровская Е.В. Методы построение сеток в трехмерных областях. / Е.В. Ошаровская, Н.А. Патлаенко, В.И. Солодка // "Східно-Європейський журнал передових технологій". – 2011. – № 5/4(53).

Надійшла до редакції 16.05.2013

Рецензент: к.т.н., професор Козаченко М. Т., Одеська національна академія зв'язку ім. О. С. Попова, м. Одеса.

В. И. Солодка, О. И. Лещенко, к.т.н., Н. А. Патлаенко

ТРАНСФОРМАЦИЯ СЕТОЧНЫХ ОБЪЕКТОВ С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

В статье рассматривается структура изменения сетки трехмерного объекта при воздействии различных трансформаций с возможностью сохранения параметров эквидистантной сетки. Проводится исследование и описание трехмерного объекта с помощью программы VRMesh, которое позволяет визуализировать объект, анализировать его характеристики и проводить всевозможные трансформации.

Ключевые слова: *трехмерный объект, аффинные преобразование, трансформация объекта.*

V. I. Solodka, O. I. Leschenko, PhD, M. O. Patlaenko

TRANSFORMATION OF THE GRID OBJECTS USING MATHEMATICAL TRANSFORMATIONS

The article considers the changes in the structure of the grid three-dimensional object under the influence of various transformations with the possibility to save the parameters of the equidistant grid. The study and description of a three-dimensional object by using the VRMesh, which allows to render the object, that allows to visualize an object, analyse his descriptions and conduct various transformations.

Keywords: *three-dimensional object, affine transformation, the transformation of the object.*