

О. І. Лещенко, к.т.н., О. Ф. Дяченко, к.т.н., В. Т. Беліков, к.т.н.

Одеська державна академія технічного регулювання та якості, м. Одеса

ДОСЛІДЖЕННЯ ТОЧНОСТІ ВИЗНАЧЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК НАТЯГУ ГНУЧКИХ ПЕРЕДАЧ ПІДЙОМНИХ МЕХАНІЗМІВ

Досліджено математичну модель систем натягу гнучких передач з урахуванням зміни кута підйомних механізмів. Математична модель дозволяє аналітично досліджувати параметри ділянок провисання механізмів при зміні кута підйому, а також, при використанні приводних і направляючих коліс різного розміру. Адаптивне управління натягом гнучкої передачі дозволяє понизити витрати енергії при зміні навантаження.

Ключові слова: математична модель, передачі з гнучким зв'язком, системи управління натягом

Вступ

Рішення завдань визначення параметрів провисання ланцюгів, тросів, дротів ліній електропередач, висних мостів, тросів канатних доріг і інших, схожих з ними об'єктів, наприклад, стрічок транспортерів, гусеничних стрічок рушіїв гусеничних транспортних засобів, а так само ланцюгових передач робляться методами теоретичної механіки. Проте, незважаючи на широке застосування відомих методик, багато прикладних завдань до теперішнього часу не мають строгих аналітичних рішень. Усі ці об'єкти теоретично представляються у вигляді гнучких нерозтяжних ниток, підвішених по кінцях між двома опорами і що знаходяться під дією вертикального навантаження, безперервно розподіленого по усій довжині нитки. Безпосередньо провисання нитки вивчене досить давно [1-3].

Математична модель, що дозволяє визначати параметри окремих провисаючих ділянок механізмів з гнучким зв'язком детально розглянута в роботах [4, 5]. Частіше зустрічаються випадки, де такі передачі працюють з розташуванням приводних (що направляють) коліс не на одній лінії. Типовим прикладом такого завдання є розрахунок параметрів поведінки стрічки транспортера при зміні кута підйому і при зміні радіусу його коліс. Досліджено, що адаптивне управління натягом стрічки дозволяє понизити витрати енергії при зміні навантаження. В якості механізму для адаптивного змінення натягу рекомендовано застосування механізму з лінійним переміщенням направляючого колеса на основі роликів-винтового приводу [5].

Як і в раніше вирішених завданнях, в роботі враховано, що провисаюча ділянка підвішена не до фіксованих опор, а плавно лягає на колесо, в строгій залежності точок підвісу від параметрів самої «нитки» і розмірів кожного з коліс.

Розміщення стрічки транспортера в системі координат показане на рис. 1, де $|BA|$ – ділянка провисання, а ділянки $|EB|$ і $|AD|$ лежать на колесі. При цьому точки А і В є точками підвісу ділянки провисання $|BA|$. Головним завданням вважатимемо визначення параметрів ділянки провисання з урахуванням зміни координат точок підвісу.

Розглянемо методику розрахунку параметрів провисання стрічки транспортера при зміні кута підйому і радіусу направляючого колеса.

Для визначення координат точки сходу стрічки з колеса складена система з двох рівнянь. Припустимо, що стрічка транспортера – важка нерозтяжна однорідна нитка, праве і ліве колеса різного діаметру і на рівні, визначеному кутом α . Врахуємо, що при вказаних обмеженнях графік провисання стрічки не буде симетричний відносно точки максимального провисання – С.

За раніше запропонованою методикою перше рівняння є сумою довжин ділянки провисання і ділянки, яка лежить на колесі. Загальна довжина усієї верхньої вітки при переміщенні правого колеса на кут α не змінюється. Точку сходу стрічки з колеса визначає умова рівності похідних в точці А і В. Визначимо вказані рівняння, згідно їх розміщення на графіці (див. рис. 1).

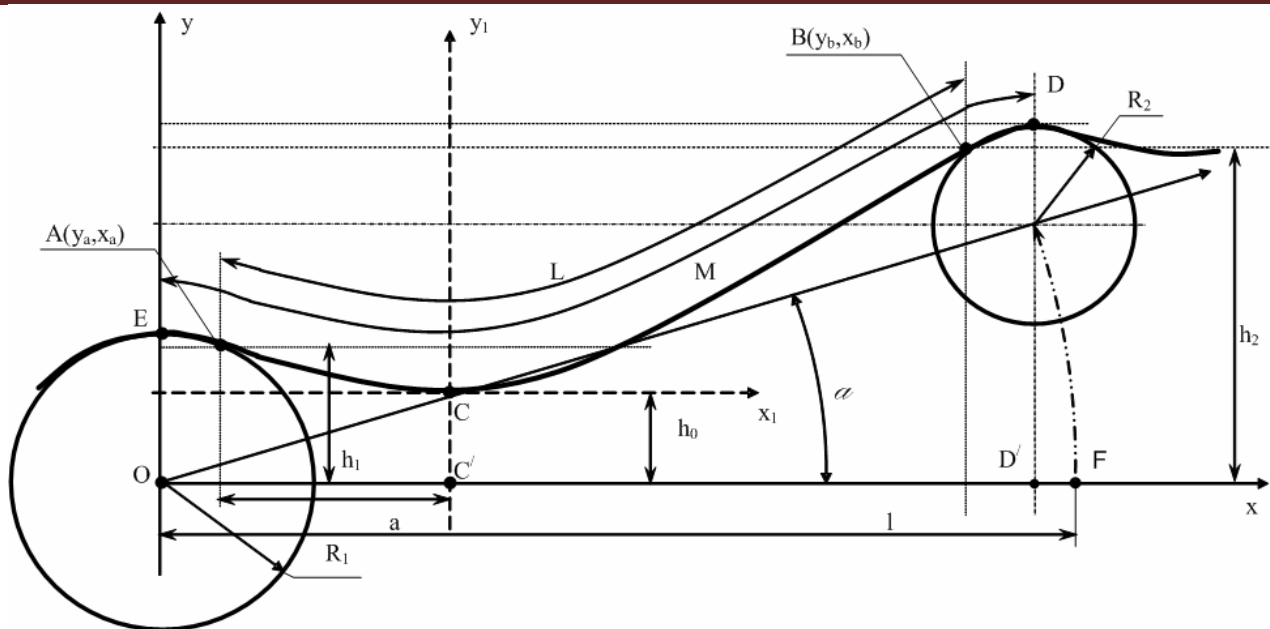


Рисунок 1 – Розміщення верхньої вітки стрічки транспортера в системі координат при зміні кута підйому і радіусу направляючого колеса

Введемо позначки параметрів, які розраховуються або використовуються при розрахунках:

H , Н – мінімальна горизонтальна складова сили натягу ланцюгової лінії;

α , град – кут підйому направляючого колеса;

h_1 і h_2 – ордината точок підвісу провисаючої ділянки, y_a і y_b , відповідно;

q , Н/м – питома вага стрічки (ланцюга);

R_1 , м – радіус приводного колеса;

R_2 , м – радіус ведучого (що направляє) колеса;

x_a , x_b м – абсциса точки сходу стрічки (ланцюга) з колеса;

l , м – відстань між центрами коліс;

L , м – довжина частини стрічки (ланцюга), що провисає;

M , м – довжина частини стрічки (ланцюга), що залишається на колесі;

f , м – висота провисання стрічки (ланцюга).

Перше рівняння системи - сума довжин усіх ділянок

$$L = |AB_{цл}| + |CA_{крA}| + |BD_{крB}|.$$

Рівняння кіл:

1. Коло А з центром на початку координат:

$$x_a^2 + y_a^2 = R_a^2;$$

$$y_a = \sqrt{R_a^2 - x_a^2};$$

$$y'_a = \frac{-x_a}{\sqrt{R_a^2 - x_a^2}}.$$

Довжину дуги кола ЕА визначимо як:

$$L_{крA} = \int_0^{x_a} \sqrt{1 + (f'(x_a))^2} = R_a \cdot \arcsin \frac{x_a}{R_a}.$$

Коло В, що знаходиться на відстані В і піднята на кут α :

У системі координат $X_1 O_1 Y_1$

$$x_1^2 + y_1^2 = R_b^2,$$

тоді:

$$(x - OF)^2 + (y - O_1F)^2 = R_b^2,$$

де

$$|OF| = l \cdot \cos \alpha,$$

$$|O_1F| = l \cdot \sin \alpha.$$

Остаточно для нашого випадку рівняння другого кола набирає вигляду:

$$y = l \sin \alpha + \sqrt{-x_b^2 - l^2 \cos^2 \alpha + 2x_b l \cos \alpha + R_b^2},$$

а його похідна рівна

$$y' = \frac{l \cos \alpha - x_b}{\sqrt{-x_b^2 - l^2 \cos^2 \alpha + 2x_b l \cos \alpha + R_b^2}}.$$

Довжина дуги BD другого кола

$$L_B = R_b \cdot \arcsin \frac{l \cos \alpha - x_b}{R_b}.$$

Рівняння ланцюгової лінії (з початком координат у вершині ланцюгової лінії).

Довжину ділянки провисання можна визначити в два способи:

1 – виходячи з суми довжин двох ділянок, що лежать на колесах і, як правило, відомої загальної довжини нерозтяжного гнучкого ланцюга

$$L_{\text{заг}} = M - R_b \cdot \arcsin \frac{l \cos \alpha - x_b}{R_b} - R_a \cdot \arcsin \frac{x_a}{R_a};$$

2 – визначаючи параметри рівняння ланцюгової лінії.

Рівняння рівноважної ланцюгової лінії з центром координат в точці найменшого провисання має вигляд

$$y = \frac{H}{q} \left(ch \frac{qx}{H} - 1 \right).$$

При приведенні до загальної системи координат визначені нові координати:

$$x = x_1 - x_0,$$

де $x_0 = a + x_a$;

$$y = y_1 - y_0,$$

де $y_0 = h_a$.

Рівняння рівноважної ланцюгової лінії отримує вигляд

$$y = \frac{H}{q} \left(ch \frac{q(x-a-x_a)}{H} - 1 \right) + h_0.$$

При цьому довжина дуги провисаючої ділянки визначається по відомому рівнянню для визначення довжини дуги

$$L_b = \frac{H}{q} \left(sh \frac{l \cdot \cos \alpha - a - x_a}{H} q + sh \frac{q \cdot a}{H} \right) = 2 \frac{H}{q} sh \frac{q(x-x_a)}{2H} ch \frac{2a-(x-x_a)}{2H} q$$

де величина a визначається за формулою

$$a = \frac{H}{q} \times \times \operatorname{arth} \frac{l \sin \alpha - \sqrt{-x_b^2 - l^2 \cos^2 \alpha + 2x_b l \cos \alpha + R_b^2} - \sqrt{R_a^2 - x_a^2}}{2 \frac{H}{q} sh \frac{q(x-x_a)}{2H} ch \frac{2a-(x-x_a)}{2H} q} + \frac{1-x_a}{2}$$

Для визначення координат точок підвісу провисаючої ділянки прирівнюємо похідні в цих точках:

$$sh \frac{q(x-a-x_a)}{H} = \frac{-x_a^2}{\sqrt{R_a^2 - x_a^2}},$$

$$sh \frac{q(x-a-x_a)}{H} = R_b \cdot \arcsin \frac{l \cos \alpha - x_b}{R_b}.$$

Висота підйому ланцюгової лінії відносно осі ОХ визначається із співвідношення

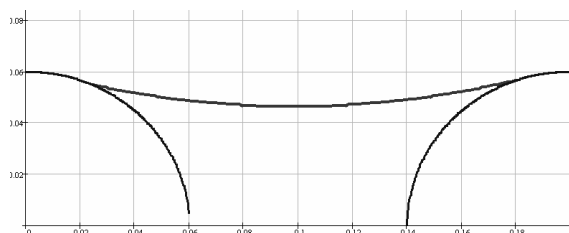
$$h_0 = h_1 - \frac{H}{q} \left(ch \frac{qa}{H} - 1 \right).$$

Мінімальну горизонтальну складову визначимо, включивши в систему трансцендентне рівняння [1]

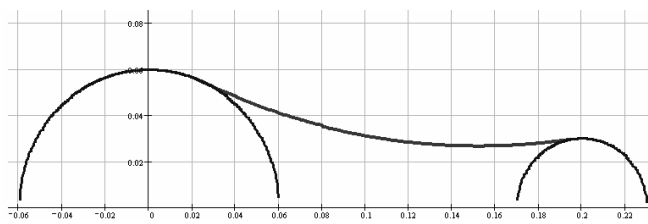
$$sh \frac{(x_b - x_a)q}{2H} = \frac{(x_b - x_a)q}{2H} \sqrt{\frac{L^2}{(x_b - x_a)^2} - \frac{(h_a - h_b)^2}{(x_b - x_a)^2}}.$$

У результаті отримуємо систему (1) з невідомими $x_a, x_b, H, h_a = y_a, h_b = y_b$ та приклади її рішення (див. рис. 2 і рис. 3).

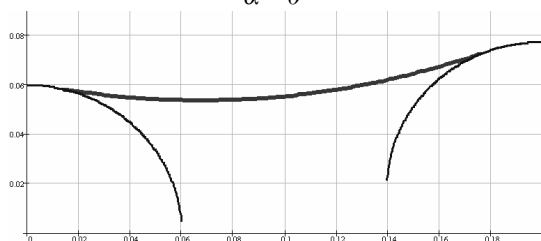
$$\left\{ \begin{aligned} 2 \frac{H}{q} \operatorname{sh} \frac{l \cdot \cos \alpha - x_a}{2H} \operatorname{ch} \frac{2a - (l \cdot \cos \alpha - x_a)}{2H} + R_a \cdot \arcsin \frac{x_a}{R_a} + R_b \cdot \arcsin \frac{l \cos \alpha - x_b}{R_b} &= M \\ \frac{H}{q} \operatorname{arth} \frac{l \sin \alpha - \sqrt{-x_b^2 - l^2 \cos^2 \alpha + 2x_b l \cos \alpha + R_b^2} - \sqrt{R_a^2 - x_a^2}}{2 \frac{H}{q} \operatorname{sh} \frac{q(x-x_a)}{2H} \operatorname{ch} \frac{2a - (x-x_a)}{2H} q} + \frac{1-x_a}{2} - a &= 0 \\ \operatorname{sh} \frac{(x_b - x_a) q}{2H} &= \frac{l q}{2H} \sqrt{\frac{L^2}{(x_b - x_a)^2} - \frac{(h_a - h_b)^2}{(x_b - x_a)^2}} \\ \operatorname{sh} \frac{q(x-a-x_a)}{H} &= \frac{-x_a^2}{\sqrt{R_a^2 - x_a^2}} \\ \operatorname{sh} \frac{q(x-a-x_a)}{H} &= R_b \cdot \arcsin \frac{l \cos \alpha - x_b}{R_b} \end{aligned} \right. \quad (1)$$



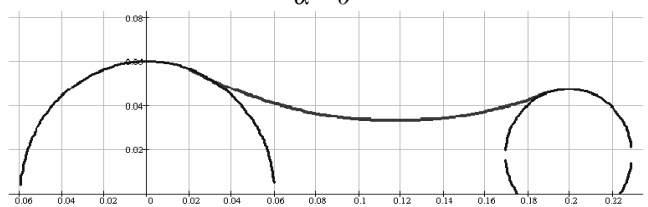
$\alpha = 0^\circ$



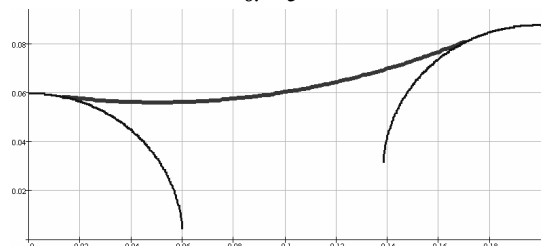
$\alpha = 0^\circ$



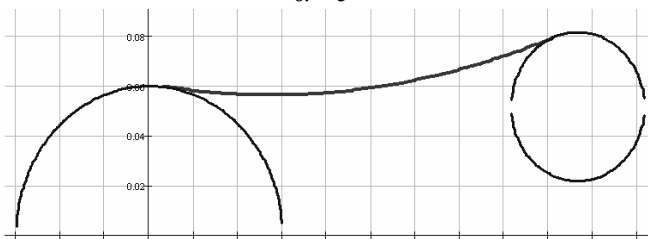
$\alpha = 5^\circ$



$\alpha = 5^\circ$



$\alpha = 8^\circ$



$\alpha = 15^\circ$

Рисунок 2 – Провисання стрічки транспортера при зміні кута

Рисунок 3 – Провисання стрічки транспортера при зміні кута з колесами різного радіусу

Висновок

У статті розглянуто рішення наукового завдання, що полягає в практичному застосуванні раніше запропонованих методів і розробці математичної моделі провисання стрічки транспортера із застосуванням рівнянь ланцюгової лінії з урахуванням розмірів блоку або колеса, яка дозволила розробити практичні рекомендації до розрахунків механізмів з

гнучкими зв'язками при зміні кута і діаметру коліс (блоків).

Адаптивне управління натягненням стрічки на основі механізмів з лінійним переміщенням направляючого колеса роликів-винтовим приводом дозволяє понизити витрати енергії при зміні навантаження.

В ході дослідження експериментально виявлено, що раніше відомі методи, які

проводилися розрахунковим способом, мали допущення, що провисаюча ділянка описується параболою. Однак, за допомогою математичної моделі виявлено, що похибки приблизних рахунків незначні тільки в умовах незначних сил натягу і при використанні гнучких передач малої маси. Таким чином, при виході із вказаних умов, похибки натягу можуть привести до значних втрат спожитої енергії, й навіть до порушень в роботі зазначених механізмів і виходу з ладу всього механізму.

Список використаних джерел

1. Бать М. И., Джанелидзе Г. Ю., Кельзон А. С. Теоретическая механика в примерах и задачах: учебное пособие для втузов. – Т.1. Статика и кинематика. – М.: Наука. 1990. – С. 185 - 225.
2. Заблонский К. И. Детали машин. – К.:

Вища шк. Головное изд-во, 1985. – 518 с.

3. Березкин Е. Н. Курс теоретической механики. – М.: изд-во московского университета, 1974. – 518 с.

4. Лещенко О. І., Лещенко О. О. Методика розрахунку параметрів натягу гусеничного обводу рушіїв ГТЗ для забезпечення їх високої працездатності // Зб. наук. пр. ООЛІСВ. – Одеса. – 2006. – № 11. – С. 134-139.

5. Дяченко О. Ф., Лещенко О. І. Стежачий електропривод механізму натягу гусениць рушія гусеничної машини // Зб. наук. пр. ООЛІСВ. – Одеса. – 2005. – № 10. – С. 63-67.

Надійшла до редакції 16.05.2013

Рецензент: д.т.н., доцент Боряк К. Ф. Одеська державна академія технічного регулювання та якості, м. Одеса.

О. І. Лещенко, к.т.н., А. Ф. Дяченко, к.т.н., В. Т. Беликов, к.т.н.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК НАТЯЖЕНИЯ ГИБКИХ ПЕРЕДАЧ ПОДЪЕМНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Исследована математическая модель систем натяжения гибких передач с учетом изменения угла подъемных механизмов. Математическая модель позволяет аналитически исследовать параметры участков провисания механизмов при изменении угла подъема, а также, при использовании приводных и направляющих колес разного размера. Адаптивное управление натяжением гибкой передачи позволяет снизить расходы энергии при изменении нагрузки.

Ключевые слова: математическая модель, передачи с гибкой связью, системы управления натяжением.

O. I. Leshchenko, Ph.D., A. F. Dyachenko, Ph.D., V. T. Belikov, Ph.D.

RESEARCH OF EXACTNESS OF DETERMINATION OF DESCRIPTIONS OF PULL OF FLEXIBLE TRANSMISSIONS OF LIFTING MECHANISMS

Mathematical model of flexible gear's tensioning system considering angle change of lifting mechanisms has been investigated. The mathematical model allows analytically investigate the parameters of sagging areas in mechanisms while changing the angle of elevation, as well as while using driving and steering wheels of different sizes. Adaptive control of flexible gear's tension allows reduce energy consumption when the capacity changes.

Keywords: mathematical model, flexible gear, tension control systems.